

“LA MEDICIÓN DE LA DESIGUALDAD”

Carlos Gradín y Coral del Río

Universidade de Vigo

Septiembre, 2001

Estas notas están basadas en los Capítulos 1 y 3 del libro “*Desigualdad, Polarización y Pobreza en la Distribución de la renta en Galicia*” de Carlos Gradín y Coral Del Río, Instituto de Estudios Económicos de Galicia - Fundación P. Barrié de la Maza, nº 11, A Coruña, 2001.

ÍNDICE

1. El Concepto de desigualdad
2. Órdenes parciales y ordenaciones de bienestar
 - 2.1 El Criterio de Lorenz y el Criterio de Lorenz Generalizado
 - 2.2 Desigualdad absoluta versus desigualdad relativa
3. Órdenes Completos
 - 3.1 Índices completos de desigualdad
 - 3.2 Índices normativos
 - 3.3 Análisis gráficos
 - 3.4 ¿Qué índice de desigualdad elegir? Propiedades deseables de un índice de desigualdad
4. La estructura de la desigualdad
5. Las fuentes de información sobre la distribución de la renta
6. Aspectos metodológicos en el análisis de la distribución de la renta
 - 6.1 Las dimensiones de la desigualdad y la pobreza
 - 6.2 La variable objeto de estudio
 - 6.3 La unidad de análisis
 - 6.4 Las comparaciones interpersonales de bienestar: el papel de las escalas de equivalencia
 - 6.5 Cambios reales y cambios monetarios: la tasa de inflación y el papel redistributivo de los precios
 - 6.6 La dinámica de la pobreza y la desigualdad
 - 6.7 El error muestral y el error de diseño

1. El Concepto de desigualdad

Una primera acepción del término “desigualdad de la renta” hace referencia a su significado de diferencia o disparidad en los niveles de renta, de la misma forma que hablamos de desigualdad de pesos o alturas entre individuos. En este caso, lo único relevante en un estudio que utilice esa acepción es el valor numérico que la variable toma para cada individuo. Este significado es el que adoptó Kuznets al afirmar: *"cuando hablamos de 'desigualdad de la renta', simplemente nos referimos a las diferencias de renta, sin tener en cuenta su deseabilidad como sistema de recompensas o su indeseabilidad como esquema que contradice cierta idea de igualdad"* (Kuznets (1953), pág. xxvii).

Sin embargo el interés en la literatura económica por el término *desigualdad* no sólo se centra en este enfoque sino que se adentra en los terrenos normativos de la economía. En esta segunda acepción hay *"un contenido moral, es decir, existe la presunción de que la igualdad es deseable"* (Atkinson (1975), pág. 13). Partimos de un “todo” y queremos valorar el reparto existente en función de alguna noción de justicia distributiva. *"Los dos significados del término son evidentemente diferentes. Un individuo puede disfrutar de una renta mayor que otro, pero puede considerarse que no es injusto ya que tendrá una renta correspondientemente menor el año próximo. La mera existencia de disparidades de renta y riqueza no constituye una base suficiente para realizar afirmaciones sobre la justicia e injusticia; es necesario determinar que los individuos implicados sean comparables en lo que se refiere a otros aspectos relevantes"* (Atkinson (1975), pág. 14).

Seguir a Atkinson hasta sus últimas consecuencias supone situarnos en el corazón mismo de la *Economía del Bienestar* y en los problemas de comparabilidad que ésta ha puesto de manifiesto. De todo esto se deduce que no es inmediato concluir sobre la justicia o injusticia de una distribución de la renta a partir de la medición de sus niveles de concentración o dispersión. Y esto será así mientras tengamos tan poca información y nos resulte tan difícil realizar valoraciones sobre necesidades, rentas futuras o preferencias de los individuos. Sin embargo, estamos de acuerdo con Atkinson cuando afirma que *"el hecho de que estos problemas sean difíciles de resolver no significa, sin embargo, que debemos darnos por vencidos. En este contexto se ha llamado la atención sobre el 'peligro de caer en un cierto nihilismo que se manifiesta subrayando, legítimamente, una dificultad de algún tipo para construir a partir de ella un panorama de desastre total'. Del mismo modo que no debemos suponer que cualquier diferencia implica injusticia, tampoco podemos concluir que las dificultades de comparación implican que los problemas distributivos deben ignorarse"* (Atkinson (1975), págs. 15-16).

Aunque en la actualidad estos postulados están asumidos en la profesión, hasta hace relativamente poco tiempo los economistas interesados en el problema de la desigualdad únicamente dirigieron sus esfuerzos a dar respuesta a preguntas del tipo: ¿es la distribución de la renta actual más equitativa que las existentes en el pasado?, ¿se caracterizan los países pobres por unos mayores niveles de desigualdad? o ¿cuál es el impacto distributivo del sistema impositivo? Y sin embargo, concedieron poca importancia a los problemas conceptuales asociados a las medidas de desigualdad, tal como acabamos de presentar. Escasas fueron las contribuciones teóricas que, durante ese período, permitieron desvelar la relación subyacente entre cada medida de desigualdad y el concepto de bienestar social asociado. Y, sin embargo, tal como afirma Kolm: "*Esto es necesario ya que las distintas medidas de desigualdad producen resultados ampliamente divergentes y puede que incluso opuestos. (...) Así, uno puede tomar como referencia cualquier país y probar que a lo largo de un período de tiempo la desigualdad ha aumentado o disminuido (...) escogiendo medidas de desigualdad diferentes que, a primera vista, parecerían igualmente buenas y valiosas*" (Kolm (1976a), pág. 416).

Fue a partir de 1970 cuando la comparación de distribuciones de renta se enmarcó en una rica literatura de contenido analítico, iniciada por Atkinson (1970), Sen (1973) y Kolm (1976a, 1976b).¹ Como es sabido, la clave de este enfoque radica en situar el análisis y la medición empírica de la desigualdad en el marco de la *Economía del Bienestar*. De esta forma se tomó plena conciencia de que en economía carece de sentido medir fenómenos de esta naturaleza sin utilizar juicios de valor sobre las propiedades que, desde el punto de vista social, deben satisfacer los instrumentos de medida.²

¹ Inspirados en el trabajo pionero de Dalton (1920).

² Lambert (1989) y Cowell (2000) son excelentes revisiones de los diferentes enfoques y problemas en la medición de la desigualdad.

A continuación describiremos brevemente los principales instrumentos que se utilizan para realizar comparaciones de desigualdad. En primer lugar están las comparaciones puramente *ordinales*, basadas en principios generales sobre los que pueda existir un cierto consenso. Estos criterios no nos permiten realizar una comparación de cualquier par de distribuciones y tampoco cuantificar las diferencias en niveles de desigualdad, por lo que en segundo lugar presentaremos los índices más habituales y sus propiedades. El coste que se paga para poder realizar comparaciones cardinales es que éstas requieren un mayor grado de consenso sobre la noción justicia distributiva.

2. Órdenes parciales y ordenaciones de bienestar

2.1 El Criterio de Lorenz y el Criterio de Lorenz Generalizado

Consideremos una distribución dada, donde se produce una transferencia de renta de un individuo cualquiera hacia otro cuya renta es menor. Siempre que la transferencia sea lo suficientemente pequeña como para que el orden de renta entre ambos no se altere, afirmamos que la desigualdad ha disminuido. Si continuásemos sucesivamente con estas transferencias, al final del proceso alcanzaríamos la distribución igualitaria, donde todos los individuos se caracterizan por tener el mismo nivel de renta, la media, que coincidiría exactamente con la media de la distribución inicial ya que en el proceso no se pierde renta. Podemos decir, así, que cada transferencia progresiva del tipo enunciado nos acerca un poco más a la distribución igualitaria. Este tipo de transferencias son conocidas como transferencias de Pigou-Dalton, por ser estos autores los que enunciaron dicho principio como criterio para determinar el aumento de la igualdad. Derivado de la afirmación anterior, si queremos comparar dos distribuciones cuya renta media es la misma, diremos que una distribución exhibe menos desigualdad que otra si puede ser obtenida a partir de ella mediante una serie de transferencias de Pigou-Dalton. Esto es lo que se conoce como el *Principio de Transferencias de Pigou-Dalton*, y se trata del criterio más ampliamente aceptado a la hora de evaluar distribuciones en términos de desigualdad.

Como veremos a continuación, la mejor manera de determinar si nos encontramos ante una situación de este tipo es calcular las curvas de Lorenz asociadas a ambas distribuciones y compararlas según el conocido criterio que lleva su mismo nombre. La curva de Lorenz de una distribución de rentas es una función que nos indica la proporción de renta, respecto del total, poseída por cada porcentaje de la población acumulada una vez que hemos ordenado a los individuos de forma creciente según su nivel de renta, esto es, de más pobre a más rico. Es decir, $L_x(p)$ hace referencia a la proporción de renta que posee el p por ciento

más pobre de la población, con relación al total de renta existente en esa economía. Analíticamente esto significa que las ordenadas de Lorenz para un vector de rentas, \mathbf{x} , son:

$$L_x(p) = L_x(l/n) = \frac{\sum_{i=1}^l x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^l x_i}{n \mu_x},$$

donde $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, μ_x es la media de la distribución \mathbf{x} , y l es menor o igual que n , representando n el tamaño de la población.

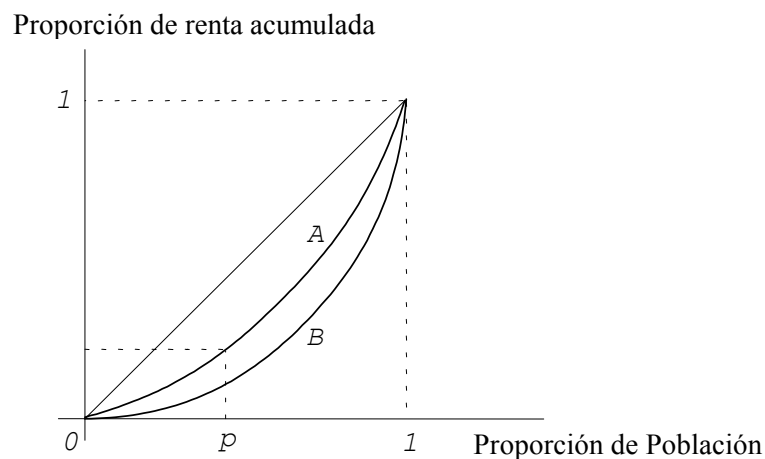
Una vez calculadas estas ordenadas, la curva se construye mediante la interpolación lineal de estos puntos en el gráfico. Como es bien conocido, se trata de una curva no-decreciente y convexa, delimitada en el intervalo $[0,1]$, de forma que necesariamente $L_x(0) = 0$ y $L_x(1) = 1$. Siempre que exista desigualdad en el reparto, los grupos más ricos poseerán un porcentaje de la renta superior a su peso demográfico y la curva se situará por debajo de la línea que se corresponde con un ángulo de 45 grados. Esta línea representa el límite superior que pueden alcanzar las curvas de Lorenz y coincide con la de la distribución perfectamente igualitaria.

Siendo esto así, el criterio de Lorenz afirma que dadas dos distribuciones, \mathbf{x} e \mathbf{y} , la distribución \mathbf{x} domina en el sentido de Lorenz a la distribución \mathbf{y} , y se denota $\mathbf{x} \succ_L \mathbf{y}$, siempre que la curva de Lorenz asociada a \mathbf{x} no se sitúe por debajo de la curva de Lorenz de \mathbf{y} en ninguno de los puntos donde han sido estimadas. Esto es:

$$L_x(l/n) \geq L_y(l/n),$$

para todo $l \leq n$. En la Figura 1 se muestra un ejemplo gráfico donde la distribución A domina a la distribución B.

Figura 1. Curvas de Lorenz Relativas



Las implicaciones de este criterio de dominancia son mucho más importantes de lo que pudiera parecer. Atkinson estableció las condiciones bajo las cuales la comparación de niveles de desigualdad a través del criterio de Lorenz tiene un claro significado normativo. Así, el conocido teorema de Atkinson (1970),³ extendido posteriormente por Dasgupta *et al.* (1973), establece que si dos distribuciones tienen la misma media, entonces la dominancia de Lorenz es equivalente a las preferencias representadas por toda Función de Bienestar Social que sea continua y S-cóncava. Una Función de Bienestar Social (FBS, de aquí en adelante) es una función, W , definida en el espacio de rentas, R^n , que contiene toda la información socialmente relevante a la hora de valorar diferentes distribuciones de renta. Así, para cada distribución $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$, $W(\mathbf{x})$ nos proporciona el bienestar social o simplemente el bienestar agregado desde un punto de vista normativo.⁴

De esta forma, por primera vez en la literatura se establece un procedimiento operativo para decidir si una distribución es superior a otra a partir de un conjunto mínimo de postulados éticos generalmente aceptados. Ya que estamos interesados en medir el bienestar económico de una población y sabemos que la elección que adoptemos en cuanto a los instrumentos de medida influirá necesariamente en las conclusiones que podamos extraer, es especialmente deseable minimizar el conjunto de juicios de valor introducidos en el análisis. Por eso es tan importante no ceñirse a una FBS concreta, lo que requeriría caracterizarla con una lista de propiedades detallada e inevitablemente subjetiva. Por el contrario, este resultado permite utilizar un procedimiento empírico sencillo para identificar situaciones en las que para toda FBS que cumpla con las condiciones generales del teorema, el bienestar ha aumentado (o por lo menos no ha disminuido).

Sin embargo, una importante limitación de este teorema es la restricción impuesta sobre la igualdad de las medias en las distribuciones objeto de comparación. Cuando, como en nuestro caso, estamos interesados en conocer la evolución temporal del bienestar en una población debemos tener presente que además de cambiar la forma de la distribución también

³ Como señala Lambert, “Este teorema ya era conocido por Kolm en 1965 y fue presentado en Biarritz en una ‘Mesa Redonda de la International Economic Association’ en septiembre de 1966. Una versión en inglés puede encontrarse en Kolm (1969)” (Lambert (1989), pág. 88 de la edición española).

⁴ Una FBS, W , es S-cóncava si para cualquier distribución de rentas, \mathbf{x} , y cualquier matriz bioestocástica de orden n , \mathbf{B} , se verifica que $W(\mathbf{B}\mathbf{x}) \geq W(\mathbf{x})$, siendo bioestocástica toda matriz cuadrada en la que todos sus elementos son no-negativos y cada una de sus filas y columnas suman la unidad. La S-concavidad de la FBS implica el cumplimiento del principio de transferencias de Pigou-Dalton y el principio de anonimidad, según el cual las permutaciones de renta entre los agentes no modifica el nivel de bienestar social. Evidentemente ambas propiedades son deseables en todo instrumento de medida que pretenda evaluar el bienestar de una sociedad si deseamos que incorpore alguna noción de equidad. Más adelante veremos como no serán las únicas propiedades que exigiremos.

cambia la renta media, siendo la tendencia a aumentar a lo largo del tiempo.⁵ En estos casos, necesitamos utilizar criterios que hagan explícito cómo valoran los incrementos en renta, y no sólo las disminuciones en la desigualdad, a la hora de hacer recomendaciones unánimes de bienestar. Shorrocks (1983) avanza por este camino, y extiende el teorema de Atkinson al caso de medias distintas, sirviéndose del concepto de curva de Lorenz Generalizada. Una curva de Lorenz Generalizada no es más que el producto de la curva de Lorenz de una distribución multiplicada por su media:

$$GL_x(l/n) = \mu_x L_x(l/n) = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^l x^i,$$

para todo $l \leq n$. Las propiedades gráficas de la curva de Lorenz Generalizada son básicamente las mismas que la curva de Lorenz ordinaria. Así, también es continua, no-decreciente y convexa en el intervalo unidad, de forma que su grado de curvatura indica el grado de desigualdad alcanzado. Es importante destacar, sin embargo, que a diferencia de la curva de Lorenz ordinaria, la altura alcanzada por la curva de Lorenz Generalizada en cada una de sus ordenadas refleja los niveles de las rentas. Así, el valor de $GL_x(l)$ coincide con la media de la distribución.

El criterio de dominancia generalizada de Lorenz se define de forma similar al anterior, exigiendo que la curva de Lorenz Generalizada de una distribución nunca se sitúe por debajo de la de otra, en cualquiera de los puntos en los que han sido estimadas. En este caso, el teorema de Shorrocks (1983)⁶ nos garantiza que este criterio es ordinalmente equivalente a la clasificación que, en términos de bienestar, obtendríamos a partir de cualquier FBS continua, S-cóncava y creciente.⁷ La contribución del teorema de Shorrocks consiste en la posibilidad de ofrecer un criterio de ordenación en algunas de las situaciones en las que el criterio de Lorenz no concluye (al producirse cruces entre las curvas) o simplemente no nos “satisface” al no tener en cuenta, en absoluto, la diferencia en la renta

⁵ Un problema adicional en las comparaciones de bienestar entre distribuciones es que habitualmente sus tamaños poblacionales no son idénticos. Generalmente, en la literatura esto se resuelve exigiendo que las FBSs verifiquen el Principio de Réplicas Poblacionales de Dalton, que garantiza neutralidad respecto al tamaño de población. Sin embargo, como afirma Cowell (1995), no es evidente que ésta sea una propiedad deseable. Para una discusión de las consecuencias normativas de esta propiedad véase, por ejemplo, Foster y Sen (1997).

⁶ Nuevamente, de acuerdo con Lambert, en Kolm (1969) se puede encontrar una primera versión del criterio de dominancia generalizada (calificada de *isófila* por el autor) y del conocido teorema de Shorrocks.

⁷ Es interesante destacar un nuevo criterio de dominancia de Lorenz desarrollado por Atkinson y Bourguignon (1987), denominado *dominancia generalizada secuencial*. Este enfoque permite realizar un análisis en términos de renta no-ajustada, y por lo tanto sin necesidad de utilizar escalas de equivalencia, a costa de subdividir la población en grupos con diferentes niveles de necesidad. A partir de estos juicios de valor previos, estos autores demuestran que las curvas de Lorenz generalizadas siguen siendo útiles para valorar el bienestar cuando se tiene en cuenta, no sólo el nivel de renta de los hogares, sino también sus diferentes necesidades.

media existente entre dos distribuciones. Obsérvese, sin embargo, que si al comparar dos distribuciones de renta sus curvas de Lorenz Generalizadas se cruzan, nuevamente nos encontramos ante una situación en la que carecemos de criterio a la hora de ordenarlas en términos de bienestar.⁸

De todo lo anterior se deduce que cuando dos vectores de rentas tienen diferentes medias y diferentes grados de desigualdad, su evaluación social requiere el establecimiento de algún tipo de compromiso entre el nivel y la dispersión de las rentas. El criterio de Lorenz se sitúa en un extremo, obviando la información relativa al “tamaño del pastel”, mientras que el criterio de Lorenz Generalizado se decanta claramente por este segundo elemento. Tal como afirman Bishop *et al.* (1991), *"una gran parte de la potencia del criterio de dominación de Lorenz Generalizada [en comparaciones internacionales] se debe a la preferencia por la eficiencia... la preferencia por la equidad añade sólo marginalmente capacidad para ordenar distribuciones de renta"*. Así, por ejemplo, supongamos que tenemos dos distribuciones, x e y , la segunda de las cuales es idéntica a la primera salvo que el individuo más rico ha visto incrementar su nivel de renta en una cantidad todo lo grande que se desee imaginar. Para todas las FBSs asociadas al teorema de Shorrocks esto supone un incremento en el nivel de bienestar ($y \supset_{GL} x$), aunque evidentemente la desigualdad ha aumentado ($x \supset_L y$).

2.2 Desigualdad absoluta versus desigualdad relativa

Independientemente del país y del periodo involucrado en el análisis empírico, manifestarse sobre este tipo de *trade offs* es una cuestión éticamente delicada. Ante esta disyuntiva existen razones intelectuales que nos invitan a interesarnos por procedimientos de evaluación en los que no estamos dispuestos a afirmar que se ha producido un incremento en el bienestar si no hay, simultáneamente, mejora en la media y mejora en la desigualdad. Así, si ambas magnitudes se mueven en direcciones contrarias, diremos que las dos distribuciones objeto de estudio no son comparables. Se trata de un enfoque incompleto (todavía en mayor grado que los anteriores) y en el que, en muchas ocasiones, no podremos ofrecer una evaluación social. Pero a cambio, se necesitan menos juicios de valor, por lo que se amplía la admisibilidad ética y política de los resultados que se puedan obtener.

En este sentido estamos interesados en los criterios desarrollados por Shorrocks (1983), Moyes (1987) y Chakravarty (1988). Estos autores proponen procedimientos operativos asociados a diferentes nociones de desigualdad para comparar distribuciones de

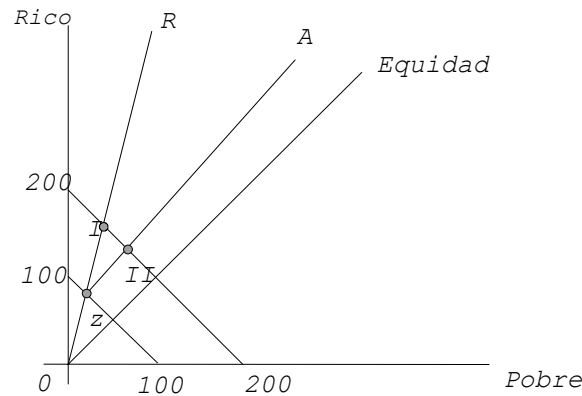
⁸ En cualquier caso, en Lambert (1989) se muestra que en algunas situaciones los cruces de curvas de Lorenz Generalizadas todavía pueden asociarse a resultados unánimes de bienestar, si restringimos la clase de FBSs consideradas.

renta, en el sentido indicado. Esto nos obliga a presentar las distintas nociones de desigualdad existentes y a detallar los requisitos que debe cumplir cualquier instrumento de medida en el campo del bienestar y la desigualdad. Algunos ya han sido presentados anteriormente cuando definimos la curva de Lorenz. Ahora pretendemos completar el cuadro, dotándolo de mayor precisión.

Los procedimientos disponibles parten de cuatro supuestos generalmente aceptados. Los instrumentos de medida deben ser continuos, de manera que si una distribución sólo se diferencia de otra por una pequeña perturbación, las estimaciones de la desigualdad y el bienestar de las dos distribuciones deben ser también muy parecidas (*Continuidad*). Una modificación en la distribución de rentas que sólo ocasione permutaciones en la posición de los individuos no debe afectar a nuestras mediciones de desigualdad y bienestar (*Simetría o Anonimidad*). Si replicamos exactamente una población, de manera que por cada hogar original haya ahora otro hogar adicional con la misma renta e idénticas características, la desigualdad y el bienestar de la nueva población deben coincidir con los de la población original (*Principio de la población de Dalton*). Por último, ya vimos que si se produce una pequeña redistribución de renta desde un hogar hacia otro más pobre, sin que varíe ni la media de la distribución original ni la ordenación relativa de los dos hogares implicados, la desigualdad debe disminuir y el bienestar aumentar (*Principio de transferencias de Pigou-Dalton*).

A continuación, es preciso dar un paso éticamente comprometido. Hay que optar por alguno de los conceptos alternativos de desigualdad existentes. Dos son las nociones utilizadas en esta literatura. La primera y más importante es la llamada desigualdad relativa, según la cual la desigualdad permanece constante siempre que una variación de la renta media se distribuya de forma proporcional entre todos los hogares. Así, si la proporción entre ricos y pobres es la misma en dos distribuciones, ambas deben exhibir la misma desigualdad. Evidentemente la curva de Lorenz incorpora esta noción de desigualdad ya que permanece inalterada ante incrementos proporcionales en la renta de todos los hogares. La segunda es la llamada desigualdad absoluta, según la cual la desigualdad permanece constante sólo si la variación en la renta media se reparte a partes iguales entre todos los hogares. En la Figura 2 y para el caso de dos individuos, se muestran las distribuciones que comparten el mismo nivel de desigualdad (relativo y absoluto) que una distribución inicial, z , representadas en las rectas R y A , respectivamente.

Figura 2. Desigualdad Relativa y Absoluta

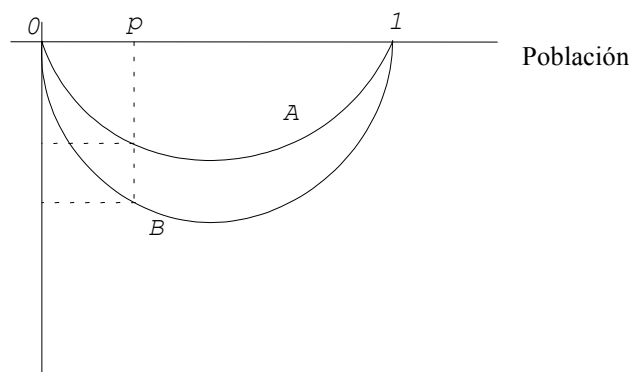


El papel jugado por la curva de Lorenz en el caso de la desigualdad relativa, es representado por la denominada curva de Lorenz absoluta en el caso de la desigualdad absoluta. Esta curva, propuesta por Moyes (1987), se calcula en cada cuantil como la diferencia de rentas con relación a la media, (μ_x) , acumuladas y divididas por el tamaño muestral, para el porcentaje (l/n) más pobre de la población. Esto es:

$$A_x(l/n) = \left(\frac{l}{n}\right) \sum_{i=1}^l (x_i - \mu_x) = \mu_x [L_x(l/n) - 1].$$

Como se muestra en la Figura 3, siempre toma valores negativos, siendo decreciente cuando las rentas son inferiores a la media, y posteriormente creciente hasta valer nuevamente 0 para el total de la población. Resulta evidente que se trata de una curva invariante a traslaciones de todas las rentas.

Figura 3. Curvas de Lorenz absolutas



Siendo esto así, podemos definir el criterio de dominancia absoluta de Lorenz, y denotarlo por $x \supset_A y$, de la siguiente forma: dadas dos distribuciones x e y , decimos que la

distribución x domina en el sentido absoluto de Lorenz a la distribución y si y sólo si para todo $l \in [0, n]$ se cumple que:

$$A_x(l/n) \geq A_y(l/n).$$

Hay dos aspectos importantes que debemos destacar. Primero, en términos ordinales los conceptos de desigualdad absoluto y relativo coinciden cuando trabajamos con distribuciones que tienen idéntica media.⁹ Segundo, es evidente que ante incrementos de renta, una disminución en la desigualdad según el criterio absoluto implica necesariamente una disminución según el criterio relativo: cualquier reparto de renta que beneficie por igual a todos los hogares se traduce necesariamente en un incremento de renta proporcional similar para todos ellos más un *extra* que redundará en las capas de la población que parten de unos niveles de renta más bajos.

Para recalcar el carácter político de la opción entre estos dos tipos de desigualdad, basta recordar que Kolm calificó de "índices derechistas" a los índices relativos, e "índices izquierdistas" a los absolutos. La siguiente cita ilustra elocuentemente sus razones: *"En Mayo de 1968 en Francia, los estudiantes radicales precipitaron una revuelta estudiantil que condujo a una huelga obrera general. Todo ello acabó en los acuerdos de Grenelle que decretaron un 13 por ciento de incremento en todos los salarios. Así, los trabajadores que ganaban 80 libras al mes recibieron 10 más, mientras que los ejecutivos que ganaban 800 libras mensuales recibieron 100 más. Los Radicales se sintieron amargamente engañados; en su opinión, esta medida aumentó considerablemente la desigualdad de la renta. Sin embargo, esta solución al conflicto hubiera dejado invariable cualquier índice de desigualdad relativa ... En otros países, ..., los sindicatos son más astutos y, en lugar de incrementos relativos, insisten a menudo en incrementos absolutos para evitar el efecto anterior"* (Kolm (1976a), pág. 419).

Asociadas a estos conceptos de desigualdad Shorrocks (1983) propuso dos clases de medidas admisibles de bienestar. Ambas satisfacen las cuatro propiedades ya comentadas, y se diferencian por la forma de enunciar un quinto supuesto. Este último axioma recoge la preferencia social por la eficiencia de manera congruente con las dos nociones de desigualdad que acabamos de presentar. Por un lado, propone que el bienestar aumente siempre que todas las rentas aumenten proporcionalmente; es decir, manteniendo la desigualdad relativa constante. Gráficamente, el bienestar aumenta a medida que nos movemos en sentido ascendente por rayos que parten del origen de coordenadas. Alternativamente, sugiere que el

bienestar aumente sólo si todas las rentas aumentan en la misma cantidad absoluta; es decir, manteniendo la desigualdad absoluta constante a lo largo de líneas paralelas a la bisectriz en el ejemplo con dos individuos que vimos anteriormente (recuérdese la Figura 2).

Denotemos por W_R y W_A a esas dos clases de medidas de bienestar, respectivamente. El mérito de la contribución de Shorrocks (1983) es proporcionar procedimientos operativos para contrastar empíricamente si este tipo de criterios se verifican en la realidad. Esencialmente, dadas dos distribuciones de renta x e y , se trata de verificar si una de ellas, por ejemplo x , satisface simultáneamente las dos condiciones que exigimos para concluir que se ha producido una mejora del bienestar: exhibir una menor desigualdad relativa o absoluta, de acuerdo al correspondiente criterio de dominancia de Lorenz y tener mayor media. Entonces, los resultados teóricos de Shorrocks nos aseguran que para cualquier medida que satisfaga las cinco condiciones mencionadas, es decir, que pertenezca a las clases W_R o W_A , según el caso, siempre ocurrirá que la distribución x arrojará mayor bienestar que la y .

En la práctica, uno debe empezar por investigar si entre dos distribuciones la de mayor media domina a la otra de acuerdo con la clase W_A que, como hemos visto, es la más exigente de las dos desde el punto de vista ético. En ese caso, habremos terminado nuestro trabajo: una distribución presenta simultáneamente mayor media y menor desigualdad absoluta y, por lo tanto, también menos desigualdad relativa. De no ser así, debemos contrastar si se satisface el criterio relativo, en cuyo caso podremos afirmar que tenemos mayor bienestar a partir de una noción de desigualdad relativa. Curiosamente esto es lo que le aconteció a la economía española en la década de los ochenta. Unido a un fuerte crecimiento económico se produjo un aumento en la desigualdad absoluta y una disminución en la desigualdad relativa.¹⁰ Estamos pues ante un “ejemplo de manual” que está demandando la utilización de nociones de desigualdad situadas entre la más exigente noción absoluta y la más utilizada noción relativa. Por otro lado, existe también un mayor interés teórico por estos temas. Kolm (1976a, 1976b) observó que mucha gente percibe que los incrementos proporcionales de todas las rentas aumentan la desigualdad, mientras que los incrementos en la misma magnitud absoluta la reducen. De forma consistente con su terminología tildó tales actitudes de centristas. De hecho, informes recientes extraídos de encuestas sobre estas materias han mostrado que la gente no es en modo alguno unánime en la elección entre un

⁹ Ya que en este caso, únicamente el *Principio de Transferencias de Pigou-Dalton* es concluyente a la hora de comparar las distribuciones en términos de desigualdad.

¹⁰ Entre los trabajos que corroboran la disminución de la desigualdad relativa en España podemos citar a INE (1996), Del Río y Ruiz-Castillo (1996), Ayala *et al.* (1993), Gradín (1999b) y Sastre (1999). A su vez, en Del Río y Ruiz-Castillo (1996) se presentan los resultados para la desigualdad absoluta.

concepto relativo, absoluto o intermedio de desigualdad.¹¹ En el caso español, Ballano y Ruiz-Castillo (1993) descubrieron que, para el conjunto de personas que mostraba un grado de consistencia aceptable a lo largo del cuestionario, sólo el 31 por ciento apoyaba una versión relativa de la desigualdad, el 24 por ciento apoyaba una versión absoluta y el 27 por ciento una concepción intermedia (el resto se manifestaba favorable a otras posiciones más extremistas).

Desde luego, existen propuestas teóricas interesantes para ocupar parte de ese espacio centrista o intermedio entre los dos extremos habituales. Conocemos la propuesta del propio Kolm (1976b), la de Bossert y Pfingsten (1990) y la de Pfingsten y Seidl (1997). Sin embargo, en el terreno empírico sólo contamos con un procedimiento operativo análogo a los de Shorrocks (1983) que utilice un concepto de desigualdad intermedia. Se trata del concepto de denominado (\mathbf{x}, π) -desigualdad desarrollado en Del Río y Ruiz-Castillo (2000), que podemos presentar de la siguiente forma. Dada una distribución de la renta \mathbf{x} en una población de n hogares, tomemos otra distribución \mathbf{y} que tenga menos desigualdad relativa y más desigualdad absoluta que \mathbf{x} , y supongamos, sin pérdida de generalidad, que $\mu_{\mathbf{y}} > \mu_{\mathbf{x}}$. Decimos que las dos distribuciones tienen la misma (\mathbf{x}, π) -desigualdad si y sólo si y puede obtenerse a partir de \mathbf{x} repartiendo la cantidad adicional de renta, $n(\mu_{\mathbf{y}} - \mu_{\mathbf{x}})$, de la manera siguiente: un π por ciento manteniendo las proporciones individuales respecto de la renta total que se dan en \mathbf{x} , y un $(1 - \pi)$ por ciento en cantidades absolutas iguales entre todos los individuos. Con esta noción de desigualdad (que no es más que una combinación lineal entre la absoluta y la relativa), los autores desarrollan procedimientos para identificar situaciones empíricas en las que, para todo el conjunto de FBS consistentes con la (\mathbf{x}, π) -desigualdad, el bienestar de la sociedad ha aumentado o disminuido, sin ambigüedad.

3. Órdenes Completos

3.1 Índices completos de desigualdad

Como ya hemos mencionado, los procedimientos empíricos presentados en el epígrafe anterior son los que menos juicios de valor exigen y, por lo tanto, los que nos permiten obtener resultados menos “contaminados” por las decisiones metodológicas. Por desgracia, sin embargo, en el trabajo empírico nos encontramos con situaciones en las que no podemos ordenar en términos de bienestar la totalidad de las distribuciones posibles de renta. Típicamente esto ocurre cuando se producen cruces entre las curvas de Lorenz objeto de

¹¹ Véase por ejemplo Amiel y Cowell (1992).

comparación, o cuando para ninguna de las nociones de desigualdad presentadas (relativa, absoluta o intermedia) existe coincidencia entre el criterio de desigualdad y el criterio de la media. Por otro lado, también existe una pretensión lógica por conocer con mayor exactitud cómo ha evolucionado la desigualdad, esto es, por cuantificar el cambio observado. Resulta evidente que en este terreno los procedimientos derivados de Shorrocks (1983) sólo permiten discernir el sentido del cambio, en términos de mayor o menor desigualdad, pero no su magnitud.

En cualquiera de estas situaciones se hace imprescindible acudir a lo que se denominan índices completos de desigualdad. Un índice de desigualdad es una función que asocia a cada distribución de la renta un número real, que refleja sintéticamente su nivel de desigualdad. Su principal característica es que resume en un escalar la información contenida en la distribución. De esta forma, y al estar definido sobre la totalidad del espacio de distribuciones de renta posibles, nos proporciona una ordenación completa de todas ellas y nos permite cuantificar la magnitud de las diferencias observadas. Ahora bien, el problema es que cada índice agrega la información contenida en la distribución de forma diferente, y por lo tanto medidas distintas pueden dar lugar a ordenaciones diferentes. El precio que hay que pagar por alcanzar completitud es tener que aceptar un amplio abanico de juicios de valor presente en cada uno de los índices, los cuales generalmente no suscitarán acuerdo unánime. Por ejemplo, cada índice incorpora una sensibilidad particular a las transferencias que se producen en los diferentes puntos de la distribución. Así, si bien en el trabajo empírico nos limitemos a índices que reflejen una disminución de la desigualdad ante transferencias progresivas, en el caso en que se produzcan dos transferencias en sentido contrario, una progresiva y otra regresiva, el cambio experimentado en la desigualdad dependerá de la sensibilidad que el índice empleado asigne a cada una de ellas. Esto es, dependerá del lugar en que ésta se produce, bien en función de la renta o bien en función de la posición ocupada por los individuos implicados. De este modo nos encontramos con índices más sensibles a las transferencias producidas en la cola baja, en la cola alta o en el centro de la distribución.

Dentro de este amplio conjunto de indicadores podemos distinguir tres grupos claramente diferenciados. En primer lugar nos encontramos con una corriente *positivista*, cuya preocupación se centra en cuantificar la dispersión de la distribución de rentas. Constituyen lo que en la literatura se conoce como "medidas objetivas de desigualdad",¹² siendo algunos de sus representantes: el rango, la varianza, el coeficiente de variación, la

¹² Utilizando la terminología introducida por Sen (1973).

desviación relativa respecto de la media, la varianza de los logaritmos y el índice de Gini. Para estos índices la medición de la desigualdad se centra en la determinación del grado de concentración de las distribuciones de renta objeto de estudio. Dada la relevancia que estos índices tienen en los estudios de desigualdad, merece la pena presentar la definición formal de algunos de ellos:

1) La varianza

Si lo que nos interesa es medir la dispersión de una distribución de rentas, una primera aproximación sería acudir a las medidas existentes en el campo de la estadística. De este modo podríamos utilizar la varianza, σ_x^2 , definida como el valor promedio de las diferencias entre las rentas individuales y la media elevadas al cuadrado:

$$V(\mathbf{x}) = \sigma_x^2 = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 .$$

Como resulta sencillo de verificar, la varianza no es un indicador relativo ya que si duplicamos la renta de todos los individuos la varianza de la nueva distribución será cuatro veces superior a la original. Así, en lugar de reflejar diferencias proporcionales se preocupa de las diferencias absolutas entre las rentas de los individuos, siendo el ejemplo más sencillo de indicador absoluto. Como ocurre con todos ellos, su utilización en el trabajo empírico ha sido muy reducida.

2) El coeficiente de variación

Se trata de un indicador relativo construido a partir de la estandarización de la varianza. Así, se define como el cociente entre la desviación típica (σ_x) y la media (μ_x). En términos discretos,

$$CV(\mathbf{x}) = \frac{\sigma_x}{\mu_x} = \frac{\left[\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \right]^{(1/2)}}{\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n x_i} .$$

Como veremos posteriormente, a pesar de cumplir con el principio de transferencias de Pigou-Dalton y ser ampliamente utilizado en la literatura, se trata de un índice extremadamente sensible a las transferencias que se producen en la cola superior de la distribución.

3) La desviación relativa respecto de la media

Se define como la proporción que representa, respecto a la totalidad de la renta, la suma de las diferencias absolutas entre las rentas individuales y la media. Así,

$$DRM(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \mu_x|}{\sum_{i=1}^n x_i} .$$

Estamos nuevamente ante un índice relativo que además posee una interpretación geométrica en términos de la curva de Lorenz, ya que es el doble de la distancia máxima entre dicha curva y la recta de 45 grados. Sin embargo, nótese que con este indicador algunas transferencias progresivas pueden dejar inalterado el nivel de desigualdad, contradiciendo el principio de transferencias de Pigou-Dalton. Esto ocurrirá siempre que el trasvase de rentas se produzca entre individuos que coinciden en disfrutar niveles de renta superiores, o inferiores, a la renta media.

4) La varianza de los logaritmos y la desviación estándar de los logaritmos

Otra forma de considerar nociones relativas de desigualdad, y por lo tanto de hacer que la medición de la misma sea independiente de la media, es calcular la varianza, o en su caso la desviación estándar, de la variable renta tomada en logaritmos,

$$VL(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n [\ln(x_i) - \ln(\mu_x^*)]^2 ,$$

donde μ_x^* es la media geométrica de la distribución.¹³ Nuevamente, sin embargo, estamos ante un índice que no verifica el principio de transferencias de Pigou-Dalton.

5) El índice de Gini

Esta medida se construye como el cociente entre la media aritmética de las diferencias absolutas entre los n^2 pares de rentas individuales, y el doble de la renta media de la distribución. Es decir,

$$G(\mathbf{x}) = \frac{\left(\frac{1}{n^2}\right) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|}{2\mu_x} .$$

Al igual que la DRM, el índice de Gini permite cuantificar “lo alejada” que una distribución se encuentra de la distribución perfectamente igualitaria. En este sentido, es ampliamente conocida su interpretación en términos de la curva de Lorenz, según la cual nos permite medir el área entre la curva de Lorenz y la línea de 45 grados en proporción del área total situada por debajo de la mencionada línea de equidad perfecta. Es sencillo comprobar que para rentas no negativas sólo puede tomar valores entre cero y uno. Si es igual a 0 nos indica que estamos ante la distribución perfectamente igualitaria, mientras que un Gini igual a la

unidad refleja una distribución donde la desigualdad es máxima. El gozar de una interpretación muy intuitiva y el verificar las cuatro propiedades consideradas básicas junto a la invarianza ante incrementos proporcionales en las rentas explica que sea el índice que tradicionalmente más se ha utilizado en la literatura empírica de desigualdad. Sin embargo, existen otros índices que, además de las anteriores, verifican propiedades normativas añadidas que los hacen más atractivos que el índice de Gini.

Entre éstos encontramos un segundo grupo de indicadores que está constituido por la denominada familia de índices de Theil. Estos índices se desmarcan de los integrantes del grupo anterior (los denominados *índices objetivos tradicionales*) tanto por su diferente origen, a partir de conceptos propios de la teoría de la información, como por las propiedades normativas que han demostrado poseer.

6) Índices de Theil

$$T_c(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{n}\right) \left[\frac{1}{c(c-1)}\right] \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{x_i}{\mu_x}\right)^c - 1 \right], \quad c \neq 0, 1$$

$$T_c(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\mu_x}\right) \ln \left(\frac{x_i}{\mu_x}\right), \quad c = 1$$

$$T_c(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{\mu_x}{x_i}\right), \quad c = 0.$$

Para $c = 1$ se obtiene el índice inicialmente propuesto por Theil, siendo éste el parámetro característico de los índices de entropía; con $c = 0$ este índice se conoce también como Desviación Logarítmica Media y para $c = 2$ se verifica que $T_2(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}[CV(\mathbf{x})]^2$, es decir coincide con la mitad del coeficiente de variación al cuadrado. Estos índices constituyen una familia tanto por su origen común como porque según el valor de c que elijamos estamos ante índices con propiedades normativas gradualmente diferentes, lo que nos permite comparar resultados y extraer conclusiones sobre sus posibles discrepancias en situaciones empíricas concretas.

En tercer lugar están los llamados *índices éticos o normativos*, que miden la desigualdad en términos de la pérdida de bienestar social debida a la dispersión de las rentas. Estos índices tratan de cuantificar el coste potencial ocasionado por la desigualdad, por lo que necesitan utilizar alguna FBS concreta que incorpore un conjunto de juicios de valor de forma

¹³ La desviación estándar de los logaritmos no es más que la raíz cuadrada de esta varianza.

explícita. Este ideal de transparencia es, precisamente, lo que sus defensores echan de menos en los índices tradicionales, ya que detrás de su pretendida objetividad subyace siempre alguna noción de bienestar social cuyas implicaciones éticas no se hacen, a menudo, todo lo explícitas que debieran.¹⁴ De especial interés es la familia de índices de Atkinson¹⁵ que se define como:

$$A_\alpha(\mathbf{x}) = 1 - \left[\sum_{i=1}^n \binom{l}{n} \left(\frac{x_i}{\mu_x} \right)^{(1-\alpha)} \right]^{\binom{l}{1-\alpha}}, \text{ para } \alpha > 0, \alpha \neq 1, \text{ y}$$

$$A_\alpha(\mathbf{x}) = 1 - \prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\mu_x} \right)^{\binom{l}{n}}, \text{ para } \alpha = 1.$$

Como apunta Atkinson, el parámetro α debe ser interpretado como un parámetro de aversión a la desigualdad, ya que a medida que α aumenta se concede más peso a las transferencias en el extremo inferior de la distribución y menos a las transferencias en el extremo superior. En el caso límite en que $\alpha \rightarrow \infty$, obtenemos la FBS de Rawls, que sólo tiene en cuenta las transferencias que afectan al individuo más pobre de la población, mientras que si α fuera 0, estaríamos en el caso del utilitarismo que ordena las distribuciones con arreglo solamente al nivel de renta total. A efectos de su utilización en el trabajo empírico es importante destacar que los índices de Theil, T_c , y los índices de Atkinson, A_α , son ordinalmente equivalentes para los valores $c = 1 - \alpha$, con $\alpha > 0$.

Dada su importancia en la adecuada comprensión de los índices, el epígrafe siguiente discute con más profundidad los índices normativos, si bien por su necesario carácter técnico puede ser obviado por el lector menos exigente.

3.2 Índices normativos

La corriente normativa tiene sus raíces en el índice de Dalton (1920), siendo sus representantes más destacados los procedimientos propuestos por Atkinson (1970), Kolm (1976b) y Sen (1973), que denominaremos AKS de aquí en adelante, y por Kolm (1976b) y Blackorby y Donaldson (1980), que denominaremos KBD.

Para entender en profundidad las implicaciones asociadas a cada uno de estos procedimientos seguiremos, a partir de ahora, la presentación del tema realizada por Ruiz-Castillo (1986, 1995b). Sea W una FBS continua, S-cóncava e invariante ante réplicas

¹⁴ Debemos reseñar que también sobre este tipo de medidas se han vertido algunas críticas, fundamentalmente relacionadas con los problemas planteados a la hora de yuxtaponer las nociones de equidad y bienestar (véase Zubiri (1985), el debate recogido en Ruiz-Castillo (1986) y las referencias allí citadas).

¹⁵ Véase Atkinson (1970).

poblacionales; denotemos por \mathbf{x} e \mathbf{y} a dos distribuciones cualesquiera de rentas sobre una población de n individuos, y por \mathbf{e}_n al vector n -dimensional en el que todos sus componentes son la unidad. En una aproximación ética a la medición de la desigualdad deberíamos interesarnos por FBSs para cada una de las cuales exista un único índice de desigualdad asociado de manera éticamente consistente. Esto es, un único índice que herede sus propiedades al ordenar las distribuciones de renta en términos de desigualdad de igual forma a como lo hace la FBS en términos de bienestar (cuando no existen diferencias en las medias).¹⁶ Además, también sería conveniente trabajar con FBSs que puedan ser expresadas en términos de sólo dos estadísticos de la distribución de rentas: la media y una medida de la desigualdad. Dutta y Esteban (1992) demostraron que para alcanzar este objetivo es necesario especificar el tipo de invarianza en media que queremos que satisfaga el índice de desigualdad. Así, si deseamos que sea relativo, debemos exigir que la FBS cumpla el principio de homoteticidad débil, mientras que en el caso de un índice absoluto deberemos exigir trasladabilidad débil.¹⁷ Si a estos requisitos añadimos que la FBS cumpla con el principio de monotonicidad correspondiente, significa que estamos ante el *modelo estándar de bienestar* sobre el que se sostiene la posibilidad de realizar comparaciones de distribuciones de renta en términos de bienestar utilizando sólo dos estadísticos asociados a la distribución, tal como hemos mencionado repetidamente a lo largo de este trabajo. De esta forma podemos expresar la FBS, W , de la siguiente forma:

$$W(\mathbf{x}) = V(\mu_x, I(\mathbf{x})),$$

siendo V una función creciente en el primer argumento y decreciente en el segundo.

Sin embargo, este modelo básico que captura una preferencia por la eficiencia y por la equidad, nada nos dice sobre el *trade off* existente entre ambos objetivos. Para alcanzar una ordenación completa debemos imponer restricciones adicionales. Como enseguida veremos, nosotros concentraremos nuestra atención en las especificaciones multiplicativa y aditiva del

¹⁶ Formalmente, decimos que un índice de desigualdad, I , es consistente con una FBS, W , si para dos distribuciones \mathbf{x} e \mathbf{y} con idéntica media, se cumple que:

$$I(\mathbf{x}) \geq I(\mathbf{y}) \Leftrightarrow W(\mathbf{x}) \leq W(\mathbf{y}).$$

¹⁷ Decimos que una FBS, W , es:

- 1) débilmente homotética si, y sólo si, para dos distribuciones cualesquiera, \mathbf{x} e \mathbf{y} , tales que $\mu_x = \mu_y$, se cumple que:

$$W(\mathbf{x}) \geq W(\mathbf{y}) \Leftrightarrow W(\beta \mathbf{x}) \geq W(\beta \mathbf{y}) \text{ para todo } \beta > 0;$$

- 2) débilmente trasladable si, y sólo si, para dos distribuciones cualesquiera, \mathbf{x} e \mathbf{y} , tales que $\mu_x = \mu_y$, se cumple que:

$$W(\mathbf{x}) \geq W(\mathbf{y}) \Leftrightarrow W(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{e}_n) \geq W(\mathbf{y} + \lambda \mathbf{e}_n),$$

para todo λ tal que $(\mathbf{x} + \lambda \mathbf{e}_n)$ e $(\mathbf{y} + \lambda \mathbf{e}_n)$ pertenecen al conjunto factible, \mathbb{R}_+^n .

trade off entre eficiencia y equidad, derivadas de la adopción de los supuestos de homoteticidad y trasladabilidad sobre la FBS elegida. Pero no adelantemos acontecimientos. Empecemos definiendo el concepto de *renta equivalente igualmente distribuida*, x^* , para a continuación presentar los procedimientos AKS y KBD. Atkinson (1970) definió x^* como el nivel de renta mínimo que si se asignase a todos los individuos por igual proporcionaría, según W , el mismo nivel de bienestar que el alcanzado con la distribución original, \mathbf{x} . Así,

$$W(x^* e_n) = W(\mathbf{x}).$$

Un índice normativo obtenido a partir del procedimiento AKS, $I_{AKS}: R^*_+ \rightarrow R$, asociado a la FBS W , se define por:

$$I_{AKS}(\mathbf{x}) = 1 - \frac{x^*}{\mu_x}.$$

Dada esta expresión su interpretación es inmediata: nos indica la proporción de renta que esa sociedad está desperdiciando por no tener una distribución de la renta igualitariamente distribuida. En definitiva, nos permite medir el precio que, en términos de bienestar, está pagando por soportar el nivel de desigualdad existente. Blackorby y Donaldson (1978) demostraron que si W es creciente a lo largo de rayos que parten del origen y homotética, entonces I_{AKS} es el único índice relativo de desigualdad que la racionaliza de forma consistente. De esta forma se verifican las dos propiedades básicas que deben caracterizar el nexo de unión entre una FBS y un índice de desigualdad: en primer lugar, I_{AKS} hereda los juicios de valor implícitos de la FBS elegida, y en segundo lugar, I_{AKS} es único, lo que significa que tomando como referencia W es imposible encontrar mediante este procedimiento otra medida de desigualdad relativa que sea ordinalmente diferente a I_{AKS} . Es precisamente por esto por lo que tiene sentido hablar de medidas normativas de desigualdad. Así, como resultado fundamental estos autores demuestran que cualquier FBS homotética puede ser expresada como una función de la media y un índice de equidad construido como la diferencia entre la unidad y el índice de desigualdad derivado según el procedimiento de AKS. Esto es,

$$W(\mathbf{x}) = \phi [\mu_x (1 - I_{AKS}(\mathbf{x}))], \quad [1]$$

donde ϕ es cualquier transformación monótona creciente. Así, para generar índices relativos éticamente significativos basta elegir FBSs que sean continuas, S-cóncavas, crecientes y homotéticas. Entre estos índices relativos podemos destacar la familia de índices propuesta

por Atkinson a partir de la única FBS que a las propiedades anteriores añade la de separabilidad aditiva, familia que ya fue descrita en el epígrafe anterior.¹⁸

El segundo procedimiento que vamos a presentar es el propuesto por Kolm (1976b) y Blackorby y Donaldson (1980) para obtener los denominados índices I_{KBD} , que permiten medir el nivel de renta *per cápita* que la sociedad no está disfrutando debido a la desigualdad existente en su distribución:

$$I_{KBD}(\mathbf{x}) = \mu_x - x^* .$$

Igual que en el caso anterior lo interesante de este procedimiento es que, como estos últimos autores demostraron, cualquier FBS que a las propiedades habituales añada la de ser creciente a lo largo de rayos paralelos a la línea de equidad y trasladable puede ser expresada como una función de la diferencia entre la media y el índice de desigualdad absoluto derivado según el procedimiento de KBD. Esto es,

$$W(\mathbf{x}) = \phi[\mu_x - I_{KBD}(\mathbf{x})] , \quad [2]$$

donde ϕ es cualquier transformación monótona creciente e I_{KBD} es el único índice absoluto de desigualdad que racionaliza W de forma consistente. Así, para generar índices absolutos éticamente significativos, basta elegir FBSs que sean continuas, S-cóncavas, crecientes y trasladables. Entre estos índices absolutos podemos destacar el índice de Kolm-Pollak, que tal como demostraron Blackorby *et al.* (1981), representa la cardinalización más sencilla posible consistente con la única familia de FBSs que a las propiedades anteriores añade la de separabilidad aditiva, la familia de Kolm-Pollak.¹⁹ La expresión de este índice absoluto es la siguiente:

$$KP_\gamma(\mathbf{x}) = \left[\frac{I}{\gamma} \right] \ln \left[\left(\frac{I}{n} \right) \sum_{i=1}^n e^{\gamma(\mu_x - x_i)} \right] , \quad \gamma > 0,$$

donde, nuevamente, γ puede ser interpretado como un parámetro de aversión a la desigualdad.

¹⁸ La única familia de FBSs que cumple con todas estas propiedades es la siguiente:

$$W_\alpha(\mathbf{x}) = \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) (x_i)^{(1-\alpha)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} , \quad \text{para } \alpha \geq 0, \alpha \neq 1 ,$$

$$W_\alpha(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n (x_i)^{1/n} , \quad \text{para todo } \alpha = 1.$$

¹⁹ Esta familia de FBSs es la siguiente:

$$W_\gamma(\mathbf{x}) = - \left[\frac{1}{\gamma} \right] \ln \left[\left(\frac{1}{n} \right) \sum_{i=1}^n e^{-\gamma x_i} \right] , \quad \text{para } \gamma > 0.$$

Es interesante resaltar que es posible examinar la relación entre FBSs e índices de desigualdad desde una perspectiva simétrica a la adoptada hasta el momento.²⁰ Gracias a los resultados obtenidos por Blackorby y Donaldson (1978, 1980), es posible encontrar la FBS consistente con cualquier índice relativo o absoluto de desigualdad utilizando las expresiones [1] y [2]²¹ y así desentrañar los juicios de valor que están detrás de cualquier índice de desigualdad, ya sea éste objetivo o normativo. De hecho, es sencillo recuperar la FBS que, según el procedimiento AKS, está detrás de índices como el de Gini o la familia de Theil, lo que nos permite comparar las propiedades normativas de las FBSs a las que están asociados cada uno de ellos. Teniendo esto presente podemos comprender mejor las afirmaciones hechas por Sen y Atkinson respecto a las diferencias entre ambos tipos de índices: *"Por una parte, existen medidas que pretenden estudiar la extensión de la desigualdad en cierto sentido 'objetivo', generalmente empleando alguna medida estadística de la variación relativa de la renta; por otra parte, existen índices que pretenden medir la desigualdad en términos de alguna noción 'normativa' del bienestar social, de forma que un mayor grado de desigualdad corresponde a un menor nivel de bienestar social para una renta total dada. [...] ambos [enfoques], en lo que se refiere a su utilización práctica, no son tan distintos entre sí. Incluso si tomamos la desigualdad como noción objetiva [...] al juzgar los méritos relativos de distintas medidas objetivas de la desigualdad, ciertamente resulta relevante introducir consideraciones normativas"* (Sen (1973), pág. 2-3). *"El grado de desigualdad no puede medirse sin introducir juicios sociales. Las medidas tales como el coeficiente de Gini no son puramente 'estadísticas' e incorporan juicios implícitos sobre el peso a asignar a la desigualdad en puntos diferentes de la escala de rentas"* (Atkinson (1975), pág. 68).

En cualquier caso, la utilización de uno u otro tipo de índices completos está ampliamente respaldada en la literatura, por lo que no es extraño encontrarse con trabajos empíricos que usan indistintamente índices pertenecientes a ambas corrientes. Ahora bien, la posible obtención de resultados contradictorios hace sensato someter la elección de los índices a algún criterio que tenga en cuenta tanto sus propiedades normativas como la naturaleza del caso empírico que se pretende analizar. Así, como apunta Ruiz-Castillo (1986): *"Esta situación reclama, como mínimo, investigar la robustez de nuestras conclusiones"*

²⁰ Hasta ahora hemos aplicado los procedimientos de AKS y KBD sobre FBSs que verifican propiedades consideradas deseables desde un punto de vista normativo, para a continuación definir índices de desigualdad consistentes con dichas FBSs.

²¹ Así, en el caso relativo, estos autores demostraron que si I_R es un índice de desigualdad continuo, homogéneo de grado 0, S-convexo e independiente de un nivel de bienestar de referencia, entonces existe una familia de FBSs continuas, crecientes a lo largo de rayos que parten del origen, S-cóncavas y ordinalmente equivalentes para las que I_R representa el único índice de desigualdad que las racionaliza de una manera consistente.

empíricas a la luz de distintas medidas de desigualdad. Pero en lugar de concluir que las discrepancias que puedan producirse son esencialmente arbitrarias y que debemos limitarnos a las zonas de acuerdo, entendemos que es razonable examinar los resultados en cada situación concreta teniendo en cuenta las propiedades diferenciales de las medidas que se utilicen, en la convicción de que es posible aprender tanto en los casos robustos como en aquellos en que medidas de características distintas no concuerden" (pág. 24). Esta filosofía de trabajo ha sido la que ha fomentado la investigación de las propiedades axiomáticas de los índices existentes y la que, en última instancia, justifica la utilización de índices diversos.

3.3 Análisis gráficos

En los trabajos empíricos que intentan comparar los niveles de desigualdad de distintas distribuciones de renta es frecuente que se adopte una primera aproximación gráfica antes de aplicar índices específicos de desigualdad. Así, ya que la noción de desigualdad se asocia de manera natural a la idea de concentración, parece interesante realizar una exploración visual al reparto de la renta entre los hogares de la población.

Una primera forma de hacerlo es dibujar el Histograma de frecuencias de las distribuciones o calcular el nivel de renta asociado a cada una de las decilas. En ambos casos se ordena a los hogares en función de su nivel de renta de forma creciente y se pretende resumir en un gráfico la máxima información posible relacionada con el reparto. El Histograma nos indica la proporción de hogares con un nivel de renta incluido en cada uno de los intervalos en los que hemos dividido el rango de la renta. En el caso de las decilas se adopta una perspectiva casi simétrica, y el interés se centra en dividir a los hogares en diez subgrupos de igual tamaño (cada uno integra a un 10 por ciento de la población) y representar el porcentaje de la renta total que posee cada subgrupo. La utilidad de estos gráficos radica en mostrar si visualmente hay indicios de un modelo de reparto diferente cuando comparamos los histogramas o las decilas de dos distribuciones.

Recientemente los estudios sobre desigualdad han incorporado una nueva herramienta visual, más sutil que las anteriores, para comparar distribuciones. Se trata de la utilización de las funciones de densidad no paramétricas. Intuitivamente esta idea es muy sencilla ya que toma como punto de partida el concepto de Histograma. El problema fundamental de los Histogramas es que la imagen que nos trasladan de la distribución está condicionada por el número de grupos en los que hemos subdividido el espacio de rentas, y sobre todo por la amplitud de los intervalos que definen dichos grupos. Con las técnicas desarrolladas en las estimaciones no-paramétricas se suavizan estos problemas ya que el cálculo intuitivamente se

aproxima más al concepto infinitesimal.²² Como Cowell *et al.* (1996) ponen de manifiesto, gracias al estudio de estas funciones de densidad podemos fijarnos en cuestiones específicamente distributivas, como son, no sólo los niveles de renta alcanzados y los cambios en su localización, sino aspectos relacionados con su dispersión y con sus patrones de agrupación en diferentes modas. Lo atractivo de utilizar técnicas no-paramétricas, frente a las estimaciones paramétricas tradicionales de las funciones de densidad, reside en la ausencia de supuestos *a priori* sobre la forma funcional del fenómeno que pretendemos estimar, permitiendo que los datos hablen “*por sí mismos*”.²³

En cualquier caso no estamos ante una “panacea”. La utilidad de cualquiera de estas técnicas gráficas reside en su capacidad para proporcionarnos una primera imagen de lo ocurrido, pero en ningún caso nos permitirán determinar con exactitud si se produjo o no una mejora en la equidad de la distribución. Para ello debemos acudir a otras formas de medición más precisas y, en muchos casos, con un mayor contenido normativo.

3.4 ¿Qué índice de desigualdad elegir? Propiedades deseables de un índice de desigualdad

Ya hemos mencionado que estamos interesados en índices de desigualdad que como mínimo cumplen los cinco axiomas básicos de esta literatura: *continuidad*, *principio de transferencias de Pigou-Dalton*, *simetría*, *principio de población de Dalton* e *invarianza a lo largo de rayos que parten del origen* (en el caso relativo) o *invarianza a lo largo de rayos paralelos a la línea de equidad* (en el caso absoluto). Estas propiedades son básicas a la hora de elegir qué índices utilizar, ya que su cumplimiento nos garantiza ordenaciones de desigualdad consistentes con las que se deducen del criterio de Lorenz, ya sea éste relativo o absoluto según el caso. Así, la dominancia según el criterio de Lorenz de una distribución (\mathbf{x}) sobre otra (\mathbf{y}) significa que, para todo índice de desigualdad consistente con él, \mathbf{x} no presentará mayor desigualdad que \mathbf{y} . De esta forma, la ordenación parcial inducida por el criterio de Lorenz se conserva para todo índice consistente con ella. Teniendo en cuenta la variedad de juicios de valor que están presentes en cualquiera de estos índices, tener procedimientos que, como éste, nos permiten identificar situaciones empíricas concretas en las que la robustez del resultado está garantizada exigiendo un conjunto mínimo de

²² Una buena referencia para iniciarse en estas técnicas es Silverman (1986).

²³ Entre los trabajos que han sido pioneros en la utilización de estas técnicas en el ámbito de la desigualdad debemos destacar los de Cowell *et al.* (1996) y Jenkins (1995). En España Del Río (1996), Cao *et al.* (1997), D'Ambrosio y Gradín (2000) y Oliver *et al.* (2000) han estimado funciones de densidad no paramétricas a partir de la información muestral contenida en las EPFs y en las ECPFes.

propiedades deseables, constituye una de las aportaciones más relevantes de la literatura de desigualdad.²⁴

Este resultado nos permite “cuestionar”, para su utilización en el trabajo empírico, algunas de las medidas de desigualdad mencionadas. Así, sabemos que no son consistentes con el criterio de Lorenz: la desviación relativa respecto de la media y la varianza de los logaritmos, ya que en ambos casos no se verifica el principio de transferencias de Pigou-Dalton.²⁵

Ahora bien, dado que son muchos los índices que satisfacen estos requisitos mínimos, parece interesante incorporar en el análisis nuevas propiedades normativas que nos permitan discriminar entre el conjunto de medidas consistentes con el criterio de Lorenz. En este sentido, podríamos ser más exigentes y preferir aquéllas que concedan un mayor peso a las transferencias que se produzcan en la cola inferior de la distribución, o aquéllas que otorguen progresivamente mayor importancia a la situación de los individuos con menores rentas, a medida que los niveles de desigualdad son más importantes. Estas propiedades fueron caracterizadas en sus diferentes formulaciones por autores como Atkinson (1970), Kolm (1976a, 1976b) y Blackorby y Donaldson (1978), y recogidas en España por Ruiz-Castillo (1986 y 1987). Básicamente son tres:

El principio del decrecimiento del impacto ante transferencias progresivas (PDIT). Un índice de desigualdad verifica esta propiedad si su valor se reduce en mayor cuantía a medida que las transferencias progresivas involucran a individuos cada vez más próximos a la cola baja de la distribución (siempre que éstas sean de igual cuantía y se realicen entre individuos cuyo diferencial de rentas es idéntico).

El principio del decrecimiento relativo del impacto ante transferencias progresivas (PDIRT). Se trata de una propiedad más exigente que la anterior ya que ante transferencias de igual cuantía entre individuos que poseen niveles de renta con diferencias relativas similares, el índice deberá mostrar una reducción mayor cuando éstas se producen en la cola inferior de la distribución.

No homoteticidad distributiva en la FBS que subyace al índice de desigualdad (NHD). Intuitivamente, el cumplimiento de esta propiedad garantiza que, dada una renta total

²⁴ Evidentemente, cuando las curvas de Lorenz se cortan y el criterio de dominancia no resuelve, las ordenaciones inducidas por distintos índices no tienen por qué coincidir, aun en el caso de que todos ellos sean consistentes con el criterio de Lorenz.

²⁵ En el caso de la DRM el incumplimiento del principio de transferencias de Pigou-Dalton implica que el índice no puede garantizar que ante una transferencia progresiva siempre vaya a disminuir su valor, ya que como hemos visto en determinadas situaciones reflejará un nivel de desigualdad constante, antes y después de que la transferencia se haya producido.

constante, a medida que la desigualdad aumenta se concede mayor importancia a la situación de los individuos más pobres. De esta forma, a medida que nos situamos en distribuciones más desiguales, la curvatura de las superficies de indiferencia se parece más a la que caracteriza a la FBS rawlsiana, donde sólo la situación del individuo más pobre es relevante a la hora de evaluar el bienestar social.

4. La estructura de la desigualdad

Al margen de estas propiedades normativas, y ordinales, es frecuente que a las medidas de desigualdad se les exija alguna propiedad cardinal que se considera deseable. Entre éstas, destaca la denominada *descomponibilidad*. Intuitivamente, su cumplimiento exige que exista una relación coherente entre el nivel de desigualdad total de la economía y el de los subgrupos que la componen. Esta es una propiedad muy interesante para el trabajo empírico, donde es relevante conocer dónde se concentra la desigualdad y qué factores contribuyen en mayor medida a explicarla. Para ello la literatura de desigualdad se ha preocupado de caracterizar dos tipos de descomponibilidad.

i) Descomponibilidad por subgrupos de población. En ocasiones parece sensato particionar la población objeto de estudio en diferentes subgrupos, según alguna característica considerada relevante como la raza, el sexo, la categoría socioeconómica, el nivel de estudios, la ubicación geográfica, etc., y cuantificar qué parte de la desigualdad total se puede atribuir a cada uno de ellos. Básicamente, un índice descomponible puede expresarse como una función de la desigualdad dentro de cada uno de los subgrupos que constituyen la población (*within*) y de la desigualdad existente entre dichos subgrupos (*between*). Esto es así porque, salvo en casos triviales, la desigualdad del total siempre será mayor que la suma de las desigualdades existentes en las partes consideradas por separado, ya que la heterogeneidad de los grupos es en sí misma una fuente adicional de diversidad. El concepto más utilizado de descomponibilidad por grupos es el denominado descomponibilidad aditiva propuesto por Shorrocks (1980). Dado $\mathbf{x} \in R^n_+$, consideremos una partición de la población, n , en k grupos de forma que $\mu = (\mu^1_x, \dots, \mu^k_x)$ y $n = (n^1, \dots, n^k)$ representan el vector de medias y de tamaños poblacionales de cada uno de ellos. Según su definición, un índice de desigualdad, I , es *aditivamente descomponible* si se puede expresar de la siguiente forma:

$$I(\mathbf{x}) = I_W + I_B = \sum_{j=1}^k w^j(\mu, n) I(x^j) + I(\mu^1 I^1, \dots, \mu^k I^k).$$

En la expresión anterior, el primer término recoge la parte de la desigualdad atribuible a la desigualdad dentro de los subgrupos por medio de su suma ponderada donde los pesos, w^j , son funciones que sólo dependen del vector de medias y de los tamaños poblacionales de cada uno de ellos. El segundo término representa la desigualdad generada por las diferencias de renta *per cápita* existentes entre distintos subgrupos, esto es, la desigualdad entre grupos. De esta forma, los índices que verifican esta propiedad permiten cuantificar la contribución de cada subgrupo al nivel de desigualdad total, y además permiten identificar particiones de la población en las que las diferencias entre los grupos que la definen explican una parte importante del nivel de desigualdad total existente. Pensemos en un estudio sobre desigualdad en España donde tenemos información muestral lo suficientemente rica como para hacer un análisis por Comunidades Autónomas. La utilización de índices de desigualdad aditivamente descomponibles nos permitiría, no sólo estimar qué autonomías son las que más "responsabilidades" tienen en el nivel de desigualdad total existente en el país, sino también vislumbrar si efectivamente la componente territorial representa una dimensión importante en el fenómeno de la desigualdad, sobre la que deberían centrarse las políticas públicas redistributivas.

Lógicamente, la descomponibilidad aditiva impone fuertes restricciones sobre los índices de desigualdad. Tanto es así, que si deseamos construir un índice de desigualdad relativo que, al margen de otras propiedades deseables,²⁶ sea aditivamente descomponible, estamos obligados a trabajar con alguno de los miembros de la familia de Theil.²⁷ En estos casos además se verifica que:

$$w^j(\mu, n) = \left(\frac{n^j}{n}\right)^{1-c} \left(\frac{\mu_x^j}{\mu}\right)^c = (p^j)^{1-c} (s^j)^c, \quad j = 1, \dots, k,$$

²⁶ Dentro de estas propiedades están que sea continuo, S-convexo, no negativo para todo \mathbf{x} e igual a 0 sólo si estamos ante la distribución igualitaria, con derivadas de primer orden continuas y que satisfaga el principio de población de Dalton. Véase Cowell (1980) y Shorrocks (1980, 1988) para más detalles.

²⁷ Esto también se extiende al cuadrado del coeficiente de variación y a alguna transformación de la familia de índices de Atkinson, tal como se desprende de las relaciones existentes entre ellos y la familia de los índices de Theil, vistas con anterioridad. La varianza de los logaritmos es un índice relativo que también es descomponible aditivamente según la expresión alternativa:

$$VL(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^k \left(\frac{n^j}{n}\right) VL(x^j) + VL(\mu_x^{*1} e_{n^1}, \dots, \mu_x^{*k} e_{n^k}),$$

donde μ_x^{*j} ya no representa la media aritmética sino la media geométrica de la distribución del grupo j , \mathbf{x}^j , por lo que no se ajusta a la definición de Shorrocks. Además, como ya mencionamos en su momento, no verifica propiedades normativas deseables, como el principio de transferencias de Pigou-Dalton. También es interesante destacar que el índice de Gini sólo verifica esta propiedad si nos restringimos a particiones construidas de tal forma que los grupos que las componen "no se solapan", esto es, puedan ser ordenados estrictamente por niveles de renta. En Cowell (1995) se recoge esta discusión y algunos ejemplos numéricos.

siendo c el parámetro asociado a los distintos miembros de la familia de Theil. Con este resultado es fácil comprobar que si elegimos el índice de Theil con $c = 0$, el peso de cada subgrupo en el término I_w , w^j , coincide con su peso demográfico en la población, p^j . Esta es una propiedad atractiva ya que nos asegura que la suma de todos los coeficientes w^j es igual a la unidad y que, ante subgrupos con diferentes niveles de desigualdad interna, en el cómputo total pesarán más aquellos subgrupos que representan a una mayor proporción de población. Por otro lado, para un índice de Theil con $c = 1$, los coeficientes w^j también suman 1 pero reflejan el nivel de renta relativo de cada subgrupo, s^j , de forma que los niveles de desigualdad existentes en los grupos de mayor renta media pesan más a la hora de calcular I_w .²⁸

ii) Descomponibilidad por factores. Al margen de analizar la contribución a la desigualdad total de cada una de las subpoblaciones que constituyen la distribución, también puede resultar revelador analizar cada una de las distintas fuentes de renta por separado. La descomposición por factores trata de determinar qué parte de la desigualdad total se puede atribuir a la desigualdad en cada uno de los diferentes tipos de renta según su procedencia, pudiendo distinguir de acuerdo con su naturaleza (rentas del capital, rentas del trabajo, rentas mixtas, prestaciones sociales, etc.) o su perceptor (sustentador principal, cónyuge, hijos, ascendientes, etc.). Así, si suponemos que la renta de los individuos es la suma de las rentas procedentes de R factores distintos, podemos escribir:

$$x_i = \sum_{r=1}^R x_i^r,$$

donde x_i^r es la renta del individuo i procedente del factor de renta r , de forma que \mathbf{x}^r es la distribución de renta del factor r : $\mathbf{x} = \mu \mathbf{x}^r$. Como señala Zubiri (1985): “*Para decidir qué parte de la desigualdad de \mathbf{x} debe asignarse a cada uno de los \mathbf{x}^r es necesario hacer dos observaciones previas. Primero, que [...] la descomposición por factores sólo tiene sentido en tanto en cuanto aceptamos la cardinalidad de la desigualdad. Segundo, que a cada factor le tenemos que asignar tanto sus efectos directos sobre la desigualdad como sus efectos indirectos, y que estos últimos pueden ser negativos. Y es precisamente porque no existe una*

²⁸ Esta no parece una propiedad tan atractiva, si además tenemos en cuenta que el peso demográfico de cada grupo es irrelevante. En otros casos, índices de Theil con $c = 0,1$, los coeficientes w^j no suman la unidad y así I_w no representa una suma ponderada de los niveles de desigualdad internos. Esto desaconseja la utilización de estos índices en estudios sobre particiones ya que, a pesar de ser aditivamente descomponibles, se pierde intuición sobre la interpretación de los términos *within* y *between*. Como se recoge en Ruiz-Castillo (1995b), Blackorby *et al.* (1981) estudiaron la descomponibilidad aditiva entre los índices normativos de desigualdad mediante una formulación alternativa del concepto de desigualdad *entre grupos*. Según estos resultados, la familia de índices de Kolm-Pollak constituye la clase de índices de desigualdad absoluta más sencillos que, verificando las propiedades normativas básicas, se pueden descomponer aditivamente.

sola forma de asignar estos efectos indirectos por lo que la descomposición no será en general única. [...] La razón es, obviamente, que existe una correlación entre las distribuciones de los componentes [...]. El problema es, entonces, el de cómo incluir esta interacción a la hora de calcular la contribución de cada uno de los factores a la desigualdad total” (pág. 310).

Así, no existe consenso sobre la manera de cuantificar cuál es el impacto o contribución de una fuente de renta r a la desigualdad de la renta total. Shorrocks (1982 y 1988) menciona cuatro maneras alternativas de interpretar la contribución absoluta de la fuente r . Siendo $I(\mathbf{x})$ el índice de desigualdad de referencia, μ^r la media de la fuente de renta r y $S^r(I)$ la contribución de la fuente r , las alternativas disponibles son las cuatro siguientes:²⁹

- a) $S^r(I) = I(\mathbf{x}^r)$. La contribución de cada factor coincide con su desigualdad.
- b) $S^r(I) = I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x} - \mathbf{x}^r)$. La contribución de cada factor coincide con la variación en los niveles de desigualdad cuando suprimimos esa fuente de renta.
- c) $S^r(I) = I(\mathbf{x}^r + \mu - \mu^r)$. La contribución de cada factor coincide con la desigualdad que observamos cuando ésta es la única fuente de renta que genera desigualdad. Esto es, cuando las demás fuentes de renta se distribuyen uniformemente, asignando a cada hogar la media global de dicha fuente.
- d) $S^r(I) = I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x} - \mathbf{x}^r + \mu^r)$. La contribución de cada factor coincide con la variación en la desigualdad cuando eliminamos la dispersión en esa fuente de renta. Esto es, cuando la fuente r se distribuye uniformemente entre los hogares.

Para finalizar, y con el objetivo de clarificar las propiedades que verifican los diferentes índices de desigualdad más utilizados en la literatura, en el Cuadro 3.1 se presenta un resumen que sintetiza la naturaleza axiomática de cada uno de ellos. De esta forma, la interpretación de los resultados que hagamos en los próximos epígrafes será deudora de las diferencias normativas que se deducen del mismo.

²⁹ Shorrocks también muestra que ningún índice de desigualdad, que satisfaga ciertas propiedades básicas, puede descomponerse de acuerdo con los cuatro criterios y a la vez cumplir el requisito de que la suma de las contribuciones individuales resulte exactamente el total.

Cuadro 3.1 Propiedades que satisfacen algunos índices de desigualdad									
Axiomas	<i>DRM</i>	<i>VL</i>	<i>CV</i>	<i>Gini</i>	<i>Theil:</i>				<i>Atkinson:</i>
					<i>2</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>
Continuidad	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Simetría o Anonimidad	+	+	+	+	+	+	+	+	+
P. Transferencias Pigou-Dalton	-	-	+	+	+	+	+	+	+
PDIT	-	-	-	-	-	+	+	+	+
PDRIT	-	-	-	-	-	-	+	+	+
NHD	?	?	-	-	+	+	+	+	+
Descomponibilidad aditiva	-	+	-	-	+	+	+	+	-

Nota: En el caso del índice de Atkinson, para $\alpha > 0$ el índice es ordinalmente equivalente al de Theil ($c=1-\alpha$).

Fuentes: Cowell (1995) y Ruiz-Castillo (1986).

5. Las fuentes de información sobre la distribución de la renta

Empecemos describiendo de manera muy breve las diferentes fuentes de información que se pueden emplear para analizar la distribución de la renta en un país, remarcando sus ventajas e inconvenientes.

Encuestas de Hogares: Estas encuestas están dirigidas a los hogares y tienen como finalidad principal el análisis de las pautas de consumo siendo de especial utilidad para el diseño de los índices de precios al consumo (Encuestas de Presupuestos Familiares, EPFs) o las condiciones de vida de los hogares. En muchos casos constituyen la única fuente de datos microeconómicos disponibles para el análisis de la distribución de rentas. Suelen presentar información de gasto e ingreso por hogar (en ocasiones los ingresos son también por individuo) a los que se les une una detallada información referente a sus características demográficas, geográficas y socioeconómicas, incluyendo cuestiones tan valiosas como las características de la vivienda y el equipamiento del hogar o el consumo no monetario (autoconsumo, autosuministros, salarios en especie, etc.). En ocasiones es posible disponer también de módulos subjetivos en los que se aborda la percepción que los hogares entrevistados tienen de su propia situación económica y social.

Todo esto explica que sea la fuente estadística más utilizada en este tipo de trabajos y el referente obligado a la hora de realizar estudios de análisis comparado con otros países. Este tipo de encuestas constituye la parte principal de la base de datos del Luxembourg Income Study (LIS) gestionada por el CEPS/INSTEAD de Luxemburgo. Ésta ha sido hasta la actualidad la

base de microdatos internacional más importante ya que contiene información muestral basada en definiciones estandarizadas y homogéneas de renta para unos 25 países desarrollados a partir de encuestas proporcionadas por los diferentes gobiernos e instituciones públicas.³⁰

Aun así, las encuestas de hogares contienen serias limitaciones que inevitablemente reducen la calidad de los resultados que se pueden extraer de ellas, tal y como varios autores han destacado recientemente.³¹ A los problemas ya clásicos, relacionados con la falta de respuesta o la escasa fiabilidad de parte de la información recogida (principalmente la subestimación de los ingresos declarados por los hogares), hay que añadir aquéllos que tienen una especial relevancia al tratar el problema de la pobreza. Nos referimos a la exclusión de los estratos más marginados de la población: personas que carecen de vivienda, o que residen habitualmente en instituciones colectivas que no están recogidas en el diseño muestral, como son los asilos, las cárceles, los centros de acogida, las pensiones, etc.

La encuestas de hogares suelen tener la estructura de *sección cruzada* al entrevistar a muestras de hogares que son independientes cada periodo. Con menor frecuencia es posible encontrar un *panel* de hogares donde se mantiene a los mismos hogares durante diversos años (ejemplos son el PSID en EEUU, o el PHOGUE europeo). A un nivel intermedio tenemos los *pseudo-panels* donde los hogares permanecen periodos más cortos de tiempo y existe un sistema de rotación constante de los mismos (por ejemplo permanencia de 8 trimestres en la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares española). En las encuestas de tipo panel o pseudo-panel se pueden abordar cuestiones como la movilidad de los hogares dentro de la distribución o la duración en la que un hogar permanece por debajo del *umbral de pobreza*, si bien es preciso corregir el sesgo que puede ocasionar el abandono por parte de determinados hogares de la encuesta por motivos diversos.

Encuestas de salarios: Son encuestas dirigidas exclusivamente a los perceptores de rentas salariales, en ocasiones sólo de determinados sectores como la industria y los servicios, o de empresas de cierto tamaño. Permiten el análisis más detallado de la desigualdad salarial, la existencia de discriminación, etc.

³⁰ La mayoría de estos países son europeos, a los que se les une EEUU, Canadá, Australia, Israel y Taiwan, con información muestral recogida desde 1967, aunque en cada país la disponibilidad temporal de datos es diferente. Las fuentes de datos varían e incluyen tanto secciones cruzadas de paneles de hogares, como encuestas de presupuestos, datos administrativos, etc.

³¹ En el caso de las EPFs españolas véase Mercader-Prats (1993), Ruiz-Huerta y Martínez (1994) o INE (1996) y las referencias allí citadas.

Datos administrativos: En diversos países también están disponibles otras fuentes de datos (que suelen ser paneles) resultantes de la actividad del Sector Público. Esto incluye los registros administrativos sobre programas de transferencias públicas como pensiones, prestaciones por desempleo, rentas de inserción, etc. Por su amplitud son de especial relevancia para los análisis distributivos los resultantes de las declaraciones del impuesto de la renta.³² El problema de estas bases de datos es que están totalmente condicionadas por el diseño fiscal. La unidad de análisis será la unidad fiscal declarante, que no tiene por qué coincidir con el hogar propiamente dicho entendido como una unidad de convivencia que comparte un presupuesto común. También es posible que una parte de la población, la cola baja de la distribución, al no tener obligación de declarar el impuesto no esté recogida en la base de datos.

Una vez delimitadas las fuentes de información que tenemos a nuestra disposición y reseñadas sus principales ventajas e inconvenientes, es el momento de centrarnos en los aspectos conceptuales asociados al estudio de la distribución de la renta. Son varias las decisiones metodológicas que el investigador tiene que adoptar y presentar con su debida justificación a la hora de abordar un estudio empírico de este tipo. La importancia de las mismas deriva de un hecho bien conocido en la profesión, a saber, que los resultados obtenidos están condicionados por los juicios de valor implícitos que se esconden tras estas decisiones metodológicas.

6. Aspectos metodológicos del análisis de la desigualdad

6.1 Las dimensiones de la desigualdad y de la pobreza

La mayoría de los trabajos empíricos presentes en la literatura se centran en el estudio de una única dimensión a la hora de aproximarse al fenómeno de la desigualdad. Así, se atribuye a una variable unidimensional la propiedad de aproximarnos al bienestar alcanzado por los individuos. Como veremos, generalmente se utiliza un indicador de recursos como la renta, la riqueza o el gasto, variables todas ellas consideradas aproximaciones válidas a la *dimensión económica* del fenómeno.³³

³² Ejemplos en España de estas fuentes de datos son el *Panel de Declarantes del IRPF*, la *Declaración Anual de Retenciones sobre los Rendimientos del Trabajo* de las empresas que realizan retenciones, el *Registro de Empresas Declarantes del IVA* y el *Panel de Declarantes del Impuesto Extraordinario sobre el Patrimonio de las Personas Físicas*, todos ellos elaborados por el Instituto de Estudios Fiscales. Otras fuentes administrativas con información de interés son las procedentes de la Seguridad Social (*Pensiones del Sistema de la Seguridad Social*), el Instituto Nacional de Empleo (*Prestaciones por Desempleo*) y el Instituto de la Mujer (*Mujer en cifras*) entre otras. Véase Castañer (1991), Melis y Díaz (1993) o Lasheras *et al.* (1993a) para estudios con fuentes administrativas.

³³ Sin embargo éstas no son las únicas variables utilizadas en estudios sobre desigualdad. Podemos encontrar por ejemplo estudios donde se analizan las desigualdades territoriales ante el empleo o en dotaciones de capital público, o evaluaciones del impacto de las desigualdades en salud o en educación. Ejemplos en España: Pérez *et al.* (1996) y el informe elaborado por la Comisión Científica de Estudios de las Desigualdades Sociales en España

En cuanto a los estudios de pobreza, sí que empieza a ser más habitual encontrar estudios que atienden al carácter multidimensional de este fenómeno. Estos trabajos no sólo prestan su atención a indicadores globales que recogen la capacidad adquisitiva de los hogares sino que hacen referencia a carencias en determinadas vertientes, como la alimentación, la vivienda o la salud, entre otras. En España, por ejemplo, podemos reseñar el interesante trabajo de Martínez y Ruiz-Huerta (1999) donde se explotan los datos del PHOGUE para construir índices multidimensionales de privación que les permiten aproximarse al nivel de vida de los hogares. Este interesante enfoque multidimensional sigue ocupando, sin embargo, un segundo plano dentro de la literatura empírica debido a los problemas metodológicos que conlleva. Por todo ello, a partir de ahora siempre nos referiremos a trabajos que abordan la medición de la desigualdad y la pobreza desde una perspectiva unidimensional, al ser éstos los más relevantes en la actualidad.

6.2 La variable objeto de estudio

Aun restringiéndonos a un enfoque unidimensional es imposible sustraerse a la vieja polémica sobre la elección de la variable objeto de estudio, que Sen (1992) acertadamente recogió en la pregunta: “¿igualdad de qué?”, haciendo referencia al análisis de la desigualdad.³⁴ De acuerdo con Sen no sólo es sensato preguntarnos por la igualdad en el reparto de los recursos disponibles, sino que es igualmente válido referirnos a la igualdad en las libertades que se disfrutaban, a la igualdad en los derechos que se pueden ejercer, a los resultados que se obtienen, a las oportunidades que se alcanzan, o a la igualdad con referencia a la variable de su predilección, las *capacidades*. Sin embargo, en la mayoría de estudios empíricos se obvian las diversidades interpersonales y el dilema se reduce a la elección del indicador de bienestar. Así, en la práctica la discusión se limita a si el nivel de vida de los individuos debe definirse en términos de consumo (gasto) o en términos de capacidad de compra (renta). Como veremos a continuación, no sólo las consideraciones conceptuales pueden ayudarnos a determinar la elección entre uno u otro indicador, sino que el grado de fiabilidad con el que ambas variables estén recogidas en las distintas fuentes estadísticas disponibles es una información enormemente relevante.

En principio, parece que el indicador monetario más adecuado para medir el nivel de vida de un hogar es la suma de los ingresos disponibles de todos sus miembros. Así ha sido entendido por buena parte de la literatura empírica que, sobre todo a la hora de hacer

(Ministerio de Sanidad y Consumo (1996)).

³⁴ Aunque, evidentemente, esta pregunta sería igualmente extensible a otras muchas vertientes distributivas.

comparaciones internacionales, se ha decantado por la variable renta ya que además presenta la ventaja de gozar de una mayor homogeneidad en las estadísticas de diferentes países.

Sin embargo, cuanto menor es el periodo de tiempo en el que se miden los flujos de renta, mayor será la importancia de sus componentes transitorios y, por consiguiente, mayor será la desigualdad estimada y mayor la probabilidad de identificar hogares pobres que lo son de forma muy transitoria. Así, el nivel de vida al que nos queremos aproximar tiende a ser un fenómeno más estable que la renta anual de los hogares, que con frecuencia varía de un año a otro por razones de tipo coyuntural. Además, las diferencias de renta reflejarán, al menos en parte, los efectos del ciclo vital (que hacen que habitualmente jóvenes y pensionistas tengan un nivel de ingresos inferior a los individuos adultos). Por todo ello parece sensato afirmar que la renta permanente es el concepto que más se ajusta a los objetivos de los estudios de desigualdad y pobreza.

Ante la imposibilidad de contar con información muestral de renta para periodos de tiempo superiores al año natural (lo que mitigaría en parte estos fenómenos transitorios), muchos autores consideran que el consumo (gasto) corriente es un indicador más preciso de la posición a largo plazo del hogar que los ingresos corrientes.³⁵ Así, parece haber cierto consenso, al menos en el ámbito teórico, en que las decisiones anuales de consumo guardan una relación más estable con la renta permanente, de la que existe entre ésta y los ingresos, ya que éstos se ven más influidos por el momento del ciclo vital en el que nos encontramos y están más contaminados por los componentes transitorios. El gasto, sin embargo, también tiene sus desventajas ya que está condicionado por los hábitos de consumo y por el ambiente en el que está inmerso el hogar, lo que hace que no siempre podamos afirmar que un bajo nivel de consumo esté asociado necesariamente a una escasez de medios, lo cual supone un problema añadido a tener en cuenta. Este aspecto puede afectar de modo especial a las personas de mayor edad que tradicionalmente se han caracterizado por pautas de consumo más austeras.

Otra cuestión importante a la hora de valorar la oportunidad de utilizar una u otra variable es la calidad de los datos con los que contamos para hacer el estudio. Si se desea trabajar con microdatos, nuevamente la variable gasto presenta mayor fiabilidad ya que los ingresos de los hogares suelen estar infradeclarados. En el caso español Sanz (1996) destaca cómo la Encuesta de Presupuestos Familiares de 1990-91 no es capaz de recuperar un porcentaje importante de las rentas estimadas a partir de la Contabilidad Nacional de 1990.³⁶ Esto todavía

³⁵ Véase por ejemplo Slesnick (1991, 1993).

³⁶ Esto ya había sido intuido por otros autores como Ruiz-Castillo (1987): "... según la EPF de 1980-81

es más preocupante si tenemos en cuenta que esta infravaloración no es homogénea en la población, sino que presenta diferencias importantes en función de las fuentes de renta presentes en los hogares. Así, diversos estudios han puesto de manifiesto que esta tendencia a declarar ingresos inferiores a los reales es mayor en las rentas procedentes de activos de capital, en los beneficios obtenidos por el empleo por cuenta propia y en las prestaciones sociales distintas de las pensiones, frente a las rentas salariales y pensiones que generalmente son declaradas con bastante exactitud.

Por todo ello, en este tipo de encuestas la variable gasto presenta una mayor fiabilidad en cuanto a la veracidad de las declaraciones, aunque es preciso aclarar que su utilización no está exenta de problemas que se derivan de la propia metodología empleada en las encuestas a la hora de computar gastos de distinta naturaleza temporal. Por todo ello lo más recomendable es utilizar ambas variables y comparar los resultados que se obtengan con cada una de ellas siempre que sea posible, tal como es cada vez más habitual en los trabajos empíricos más exhaustivos.

6.3 La unidad de análisis

En la mayoría de las encuestas la unidad básica de recogida de información es el hogar, generalmente entendido como el conjunto de personas que comparten vivienda y algún tipo de gasto. Así, no es extraño encontrar trabajos empíricos en los que la unidad de análisis es también el hogar, a pesar de que dichas encuestas a menudo incorporan información adicional sobre la obtención de rentas por parte de cada uno de sus miembros. Metodológicamente ésta es una decisión razonable ya que el nivel de vida del individuo está notablemente influido no sólo por su renta sino por la de las personas con las que ha decidido constituir un “presupuesto común”.

En cualquier caso, la mayoría de los estudios están interesados en analizar la desigualdad y la pobreza existente en la distribución personal, y así consideran al individuo como unidad de análisis. Al margen de trabajos centrados en medir la desigualdad existente en alguna fuente de renta concreta (por ejemplo en medir la desigualdad salarial,³⁷ donde estaría justificado trabajar con datos individuales sin realizar ningún tipo de ajuste), es deseable utilizar algún procedimiento para pasar de la distribución por hogares a la distribución personal. Esto es así no sólo porque el hogar parece ser el nivel relevante de toma de decisiones y distribución de recursos entre sus miembros, sino porque de otra forma estaríamos excluyendo del estudio a

aproximadamente el 60 por ciento de los hogares españoles declaran gastar más que ingresan; una situación, a todas luces, poco plausible" (pág. 23-24). Ruiz-Huerta y Martínez (1994) y Cantó (1998) detectan sesgos similares en la EPF de 1990-91 y en la ECPF.

³⁷ Véase, por ejemplo, Melis (1996) en el caso español.

todos los individuos que no perciben ingresos pero que indudablemente se benefician de convivir con personas que poseen rentas propias.³⁸ A falta de una alternativa mejor, la práctica habitual es incorporar el supuesto de que la renta del hogar se distribuye equitativamente entre sus miembros de modo que todos ellos gozan del mismo nivel de vida. Esto supone aceptar la hipótesis según la cual no existen desigualdades dentro del hogar, lo cual ha sido rebatido por varios autores,³⁹ y trabajar con la distribución que asigna a cada persona el ingreso y gasto del hogar al que pertenece.

6.4 Las comparaciones interpersonales de bienestar: el papel de las escalas de equivalencia

Independientemente de que trabajemos con la distribución de hogares o con la distribución personal todavía nos queda un gran camino por recorrer antes de que podamos comparar el nivel de vida de cada uno de ellos, y por tanto antes de que podamos extraer conclusiones sobre los niveles de pobreza o desigualdad.

Muchos estarán de acuerdo en que ante un mismo nivel de renta (o gasto) un hogar con un solo miembro disfrutará de un mayor bienestar que un hogar de cuatro miembros. Esto significa que la utilización de la variable renta o gasto total del hogar, sin ajustar, no les satisface a la hora de hacer comparaciones interpersonales de bienestar. Por otro lado, sin embargo, también parece desproporcionado considerar que las necesidades de un hogar de cuatro miembros son cuatro veces superiores a las de un hogar con un único componente. Así, probablemente también serán muchos los que consideren que existe cierto tipo de gastos (como la vivienda, la calefacción o la luz, por ejemplo) que no dependen linealmente del tamaño del hogar, sino que su magnitud crece a una tasa menos que proporcional que el número de miembros. Este ahorro provocado por la convivencia es lo que se conoce como *economías de escala* en el consumo, y es la razón por la que tampoco resulta atractivo trabajar con el gasto o la renta *per cápita*.

La solución adoptada en la literatura para incorporar estos aspectos en el análisis empírico consiste en proponer métodos de ajuste de las rentas originales para hacer comparables hogares de distinto tamaño y composición, y por tanto homogeneizar la renta de hogares que se caracterizan por tener diferentes necesidades. Para poner esto en práctica debemos adentrarnos en el controvertido mundo de las *escalas de equivalencia*. En términos generales, una escala de

³⁸ Es evidente que a este grupo pertenecerían estratos importantes de la población como, por ejemplo, la práctica totalidad de la población infantil.

³⁹ Véase Haddad y Kambur (1990) y las referencias allí citadas.

equivalencia en una expresión matemática que intenta cuantificar el efecto de las economías de escala y reajustar la variable monetaria del hogar teniendo en cuenta este efecto. En general, siguiendo la propuesta de Jenkins (1999), podemos expresar la renta equivalente de un hogar h como:

$$z^h = \frac{\sum_{i=1}^{n^h} \sum_{j=1}^{J^h} x_{ij}^h}{m(n^h, a^h)}$$

donde J^h son las distintas fuentes de renta, n^h el tamaño del hogar, x_{ij}^h los ingresos procedentes de la fuente de renta j alcanzados por el miembro del hogar i , y donde $m(n^h, a^h)$ hace referencia a una forma funcional genérica de la escala de equivalencia, que depende del tamaño del hogar y de la composición del mismo, a^h , incorporando información tanto de la edad como del número de orden de cada uno de sus componentes. Si tomásemos como hogar de referencia para hacer las comparaciones un hogar con un único individuo adulto, $m(a^h, n^h)$ podría interpretarse como el número de adultos equivalentes existentes en el hogar h .

La siguiente cuestión es cómo determinar en la práctica el valor de estas escalas de equivalencia. Para abordar este problema contamos con dos metodologías claramente diferenciadas.

Algunos economistas han optado por intentar evaluar las economías de escala a partir de estimaciones del sistema de demanda, esto es, a partir de la conducta observada de los consumidores.⁴⁰ Por desgracia esta ambiciosa propuesta econométrica incorpora problemas metodológicos todavía no resueltos. Tal como se afirma en Ruiz-Castillo (1993),⁴¹ “Desgraciadamente, esta estrategia está plagada de numerosas dificultades ampliamente discutidas en la literatura [...] A efectos operativos, debemos prestar especial atención al problema fundamental de identificación, traído a colación por primera vez por Pollak y Wales (1979), según el cual las decisiones observadas de consumo, condicionales a las características demográficas, no permiten la recuperación de las preferencias incondicionadas sobre los bienes y los atributos demográficos” (pág. 60). En palabras de Pollak y Wales (1979): “El nivel de gasto necesario para mantener una familia de tres niños al mismo nivel de bienestar que con dos niños y 12.000 dólares, depende de cómo la familia se siente en relación a los niños. Las

⁴⁰ En este terreno son destacables, entre otras, las contribuciones de Jorgenson y Slesnick (1987).

⁴¹ Para una discusión general, véase también Deaton y Muellbauer (1980), Ruiz-Castillo (1994), Coulter *et al.* (1992a).

diferencias observadas en el consumo de bienes de las familias con dos o tres niños no pueden ni siquiera decirnos si el tercer niño es una bendición o una maldición". Además, tal y como destacaron Coulter *et al.* (1992a), estos complejos modelos econométricos descansan en supuestos que no generan unanimidad, lo que conduce a diferentes estimaciones de las escalas de equivalencia según los juicios de valor empleados en los distintos trabajos. Así pues, nos encontramos con una metodología prometedora pero que todavía no ha resuelto sus dilemas al no ser capaz de ofrecer una alternativa claramente superior a otras.

Ante esta situación, la literatura empírica se ha decantado mayoritariamente por la utilización de escalas de equivalencia *ad hoc* en las que se conceden ponderaciones diferentes a los distintos miembros del hogar en una elección tan arbitraria como explícita. La escala de equivalencia más utilizada a nivel internacional, probablemente por la sencillez de su cálculo, es la escala OCDE, generalmente empleada por EUROSTAT, en la cual el primer adulto se pondera con la unidad, el resto de los adultos con el factor 0,7, y los menores de 14 años con 0,5. Recientemente esta escala ha sido objeto de críticas ya que, al no tener en cuenta las economías de escala que se producen a partir del segundo adulto, está atribuyendo a los hogares grandes mayores necesidades de las que están presentes en otras escalas de equivalencia. Por esto empieza a ser frecuente la utilización de una escala OCDE modificada que incorpora mayores economías de escala gracias a sus menores ponderaciones: 1, 0,5 y 0,3.

Otra escala de equivalencia muy utilizada en los trabajos referidos al Reino Unido es la escala McClements, ya que es la empleada por el "Central Statistical Office" y por el "Department of Social Security" del Reino Unido en sus cálculos sobre desigualdad y pobreza. Esta escala es más compleja que las anteriores ya que discrimina un mayor número de casos.⁴² De manera similar, otros autores utilizan las escalas de equivalencia que están implícitas en las líneas de pobreza oficiales de diferentes países, donde nuevamente se refleja el tamaño familiar y la presencia de niños mediante diversas ponderaciones.⁴³ Debemos ser conscientes, sin embargo, de las limitaciones que incorporan dichas escalas al estar fuertemente influidas por decisiones de naturaleza política y presupuestaria.

⁴² Así, los pesos que otorga a los distintos miembros del hogar son los siguientes: para los adultos distingue entre el primero (1,0), el cónyuge (0,64), el segundo (0,79), tercero (0,69), y el resto (0,59); y en el caso de los niños distingue entre individuos de 16-17 años (0,59), de 13-15 años (0,44), de 11-12 años (0,41), de 8-10 años (0,38), de 5-7 años (0,34), de 2-4 años (0,29), y de 0-1 año (0,15).

⁴³ Véase, por ejemplo, Jäntti (1997) donde utiliza la base de datos LIS y las escalas de equivalencia implícitas en las estadísticas de pobreza oficiales de Estados Unidos para comparar los niveles de desigualdad en Canadá, Holanda, Suecia, Reino Unido y Estados Unidos, durante la década de los noventa.

Como Coulter *et al.* (1992a) concluyen, no existe una escala de equivalencia que sea superior a las demás. Y lo que es peor, sabemos que la elección de una u otra condicionará los resultados de pobreza y desigualdad que obtengamos, ya que dará lugar a distribuciones equivalentes de renta (o gasto) diferentes: con diferentes ordenaciones de los hogares y diferentes identificaciones del colectivo de pobres. Se hace así imprescindible que un trabajo empírico de esta naturaleza, si quiere ser riguroso, realice algún tipo de análisis de sensibilidad de sus resultados ante distintas elecciones de la escala de equivalencia empleada. En esta línea se sitúa el método sugerido por Buhmann *et al.* (1988) y Coulter *et al.* (1992a, 1992b), generalizado por Cutler y Katz (1992), de resumir las diferentes posibilidades de elección de la escala de equivalencia en una única expresión que depende de uno o varios parámetros, cuyos valores reflejan los diferentes supuestos adoptados sobre las economías de escala en el consumo, abarcando así todo el continuo de posibilidades. En su versión más sencilla este método supone que las escalas de equivalencia dependen únicamente del tamaño del hogar, resumiendo la generosidad de la escala en un solo parámetro, s , que puede tomar valores de 0 a 1 en la expresión:

$$z^h(s) = \frac{x^h}{(n^h)^s}, \quad s \in [0, 1],$$

donde z^h es la renta ajustada del hogar h , x^h la renta original, y $(n^h)^s$ el número de adultos equivalentes según el valor elegido para s . Si $s = 0$, la renta equivalente coincide con la original, y si $s = 1$ estaremos trabajando con la renta *per cápita*. Cualquier valor intermedio de s nos permitirá situarnos en algún punto entre estos dos casos extremos: cuanto mayor sea el valor del parámetro, menores economías de escala en el consumo o, en otras palabras, mayor número de adultos equivalentes. Como apuntaron los propios Buhmann *et al.* (1988) la ventaja de este sencillo modelo paramétrico es que la mayoría de las escalas de equivalencia utilizadas en el trabajo empírico pueden ser caracterizadas para algún valor de s , lo que hace que el análisis de sensibilidad antes mencionado sea mucho más sencillo y completo, siendo cada vez más habitual la utilización del valor intermedio $s = 0,5$.⁴⁴

6.5 Cambios reales y cambios monetarios: la tasa de inflación y el papel redistributivo de los precios

⁴⁴ Diferentes estimaciones muestran que la escala OCDE equivale a un valor de s que se sitúa en el entorno de 0,75. Así Buhmann *et al.* (1988) obtienen un valor de 0,73, Duclos y Mercader-Prats (1993) de 0,76 (Reino Unido) y 0,77 (España), Jenkins y Cowell (1994) 0,75 (Reino Unido). En el caso de las escalas McClements, Duclos y Mercader-Prats (1993) obtienen un valor de $s = 0,71$ (España) y 0,68 (Reino Unido), y Jenkins y Cowell (1994) de 0,67 (Reino Unido).

Hasta ahora nos hemos limitado a presentar diferentes cuestiones metodológicas relativas a la comparación de distribuciones de renta o gasto sin introducir consideraciones relativas al momento de tiempo al que pertenecen. Ahora bien, desde el instante en que incorporamos en el análisis la dimensión temporal y pretendemos analizar la evolución de la desigualdad a lo largo de un periodo concreto, debemos ser conscientes de los efectos ocasionados por la inflación y de lo inadecuado de realizar comparaciones en términos monetarios.

Generalmente la única alternativa posible es utilizar una única tasa de inflación, común a todos los hogares, para transformar los valores monetarios en reales. Esto nos permitirá no confundir aumentos en el nivel de precios con incrementos en el nivel de renta real de los hogares, y no presentar por crecimiento económico lo que sólo fue inflación.

Sin embargo, como enfatiza Sastre (1999) en el caso de la desigualdad, *"Las comparaciones en términos puramente monetarios, o aquellas comparaciones en términos reales que emplean un deflactor común para todos los hogares, pueden sesgar de manera importante las estimaciones de la desigualdad real si las estructuras de precios de las distribuciones objeto de comparación difieren entre sí, lo que es especialmente importante en el caso de las comparaciones internacionales y en momentos de inflación rápida y precios relativos cambiantes como es el caso de la segunda mitad de la década de los setenta"* (pág. 4). Afortunadamente, y en el caso de las EPFs de 1973-74, 1980-81 y 1990-91, disponemos de un procedimiento de ajuste alternativo al IPC gracias a la existencia de índices de precios individuales, elaborados por Ruiz-Castillo *et al.* (2000). En este trabajo los autores construyen índices estadísticos de precios específicos para cada hogar de las EPFs a partir de sus propias cestas de consumo y del sistema oficial de índices de precios con base en 1976, 1983 y 1992. Naturalmente, un índice de precios de este tipo sólo proporciona una aproximación al verdadero índice del coste de la vida, para cuya estimación se necesitaría conocer las preferencias de la población. De esta forma es posible expresar las tres distribuciones, 1973-74, 1980-81 y 1990-91 en pesetas de un mismo año.

Sea q un vector de cantidades que denominamos la cesta de la compra. Dados dos vectores de precios, p_t y p_0 , en Ruiz-Castillo *et al.* (1999) se define un índice estadístico de precios para cada hogar h , $I(p_t, p_0; w_\tau^h)$, como *"el cociente entre el gasto necesario para adquirir una misma cesta de bienes a los precios p_t y a los precios p_0 . Es decir, se trata de una función que permite comparar los vectores de precios p_t y p_0 manteniendo constante el nivel de*

vida representado por la cesta de la compra q^h ” (pág. 130). Siendo esto así, es fácil comprobar que:

$$I(p_t, p_0; w_{j\tau}^h) = \sum_j^J w_{j\tau}^h I_{jt},$$

donde $w_{j\tau}^h$ es la proporción del gasto total destinada al bien j por el hogar h en el año de la encuesta τ , y I_{jt} es el índice oficial de precios para el bien j en el año t . Por lo tanto, para expresar una distribución del año 1 , x_1 , en términos monetarios del año 2 , x_{12} , utilizaremos la expresión:

$$x_{12}^h = \frac{x_1^h}{p(p_1, p_2, w_1^h)},$$

donde

$$p(p_1, p_2, w_1^h) = \frac{I(p_1, p_0, w_1^h)}{I(p_2, p_0, w_1^h)},$$

Por ejemplo, si estuviésemos interesados en comparar los niveles de desigualdad a partir de las EPFs de 1980-81 y 1990-91, ya que el INE ofrece datos de precios recogidos mensualmente a partir de 1978 y las EPFs permiten conocer el trimestre en el que cada hogar fue entrevistado, es posible seleccionar uno de ellos como situación 1 , por ejemplo el *Invierno de 1981*, y de forma análoga el *Invierno de 1991* como situación 2 . Tomando estas referencias como punto de partida, Ruiz-Castillo *et al.* (2000) construyen, para ambos trimestres, índices de precios individuales tipo Laspeyres, lo que les permite abordar dos cuestiones que para nosotros son de gran interés. En primer lugar, les permite homogeneizar las rentas de ambas encuestas a pesetas de un mismo *Invierno* para poder realizar comparaciones tanto a precios de la situación 2 , como de la situación 1 . Y en segundo lugar, les permite estudiar el impacto distributivo que la evolución de los precios relativos ha podido ejercer a lo largo de la década. Así, la comparación de las distribuciones de renta de una misma EPF, expresadas a precios de ambos Inviernos, nos indicará si éstos están jugando a favor de los pobres o si, por el contrario, son los estratos de mayor renta los más beneficiados. Un incremento en la desigualdad al expresar la renta de la situación 1 a precios del *Invierno del 91* significaría que para mantener el consumo a los niveles alcanzados en el *Invierno del 81*, los más ricos necesitarían unos incrementos en sus rentas superiores a los que exigirían los hogares más pobres. Y por consiguiente, que los precios de los bienes mayormente consumidos por aquéllos se han elevado más que los bienes consumidos por los pobres.

Nuestro interés por este aspecto de la desigualdad se centrará en verificar si en el caso gallego se corroboran los resultados obtenidos por diversos autores para el caso español o si por el contrario seguimos la pauta marcada por otros países. Así, Ruiz-Castillo (1995a y 1998), Del Río y Ruiz-Castillo (1996) y Ruiz-Castillo y Sastre (1999), con diferentes procedimientos y centrándose en diferentes periodos de tiempo, encuentran que en la segunda mitad de los años setenta la inflación perjudicó más a los hogares ricos que a los pobres, mientras que en la década de los 80 la inflación fue distributivamente neutral. Por el contrario, “*en Slesnick (1990) se pone de manifiesto que los cambios en precios relativos provocaron en Estados Unidos incrementos en la desigualdad durante el periodo 1947-1985, mientras que Muellbauer (1974) encuentra que las estimaciones de la reducción en la desigualdad monetaria ocurrida en el Reino Unido entre 1964 y 1972 sobrevaloran la reducción real, lo que es un indicador del sesgo regresivo de la inflación durante ese periodo*” (Sastre (1999), pág. 4).

6.6 La dinámica de la pobreza y la desigualdad

Todos los estudios citados hasta ahora abordan la desigualdad y la pobreza desde un punto de vista estático. Esto es, están interesados en cuantificar la desigualdad, el número de pobres o la pobreza acumulada por éstos en un momento dado del tiempo, y en comparar los resultados así obtenidos en sucesivos periodos. Sin embargo, en la actualidad este enfoque está siendo complementado por otros, más preocupados por analizar la dinámica de estos procesos. Cuestiones como la movilidad dentro de la distribución nos permiten abordar la desigualdad a largo plazo o la persistencia de la pobreza con una perspectiva diferente, que puede alterar la percepción que tengamos de la naturaleza de estos problemas. Parece indiscutible el interés que encierra conocer qué proporción de la pobreza estimada en un momento del tiempo es transitoria y cuál es permanente, por ser ésta indudablemente más grave y requerir de políticas sociales de mayor calado. El enfoque dinámico permite el estudio de los determinantes de entrada y salida de la pobreza, esenciales para identificar a los colectivos de riesgo, así como las políticas más adecuadas para luchar contra la pobreza. El estudio de la movilidad también contribuye a explicar los niveles de desigualdad observados, ya que nos indica en qué medida ésta responde a una situación fija (en la que los individuos mantienen a lo largo del tiempo su posición, buena o mala) o responde a una sociedad más dinámica donde los individuos cambian con mayor facilidad de *clase social*.

La mayor dificultad a la hora de emprender un estudio dinámico de pobreza y desigualdad hay que buscarla en la escasez de fuentes de datos longitudinales existentes, imprescindibles a la hora de aplicar estas técnicas. En Bane y Ellwood (1986) los autores ponen un ejemplo con el que pretenden ilustrar la necesidad de contar con *datos de panel* a la hora de

abordar el estudio de fenómenos que se caracterizan por su naturaleza temporal: “*Si nosotros deseásemos describir el tipo de pacientes que ingresan en un determinado hospital y diferenciar entre pacientes con enfermedades de corta duración y aquéllos con enfermedades crónicas o de larga duración, lo más indicado no sería que visitásemos el hospital un día cualquiera y contásemos qué cantidad de pacientes de cada tipo encontramos. Claramente, con este método obtendríamos un porcentaje mucho más elevado de pacientes crónicos de los que realmente hay en la población de pacientes, mientras que los pacientes con enfermedades de corta duración estarían subrepresentados en nuestro estudio. Para evitar este sesgo temporal necesitamos utilizar datos longitudinales*”.

Países como Estados Unidos, gracias especialmente al ya clásico Panel Survey of Income Dynamics (PSID), el Reino Unido con el British Household Panel Survey (BHPS) o Alemania con el German Socioeconomic Panel (GSOEP), abordaron hace ya tiempo la transformación de sus sistemas de estadísticas oficiales para incorporar información longitudinal de renta de los hogares, obteniendo como resultado un elevado número de estudios que se ocupan de aspectos dinámicos de la pobreza y desigualdad. En España apenas se pueden citar unos pocos trabajos empíricos⁴⁵ a partir de la información contenida en el *pseudo-panel* de las Encuestas Continuas de Presupuestos Familiares.

6.7 El error muestral y el error de diseño

Un último aspecto que debemos destacar es que, a pesar de que el objetivo último de los estudios de desigualdad y pobreza es extraer resultados para una población determinada, con frecuencia no contamos con información individualizada de todas y cada una de las unidades que la componen. Así, debido al enorme coste que supondría abarcar la totalidad de la misma, generalmente sólo disponemos de muestras más o menos representativas, extraídas mediante alguno de los métodos de muestreo existentes en la literatura estadística.

Durante mucho tiempo las medidas de desigualdad y pobreza han sido utilizadas desde una perspectiva meramente descriptiva, aceptando implícitamente que las estimaciones muestrales coincidían con el verdadero valor poblacional, sin realizar ningún tipo de contrastación estadística. En la actualidad, sin embargo, existe acuerdo en reconocer explícitamente que trabajar con información muestral inevitablemente introduce un margen de error en el análisis que exige verificar si los resultados obtenidos son válidos para la población con independencia de la muestra utilizada. Así, antes de extraer conclusiones en firme, debemos conocer las propiedades muestrales de los índices utilizados, y acompañar sus estimaciones de

⁴⁵ Véase Cantó *et al.* (2000) para más detalles.

un análisis inferencial que nos permita conocer en qué medida dichas estimaciones están próximas al verdadero valor del índice, mediante la construcción de los intervalos de confianza y tests de hipótesis correspondientes. Esto es especialmente importante cuando tratamos con submuestras relativamente pequeñas. En los capítulos sucesivos iremos presentando diferentes procedimientos existentes en la literatura para aproximarse a las propiedades estadísticas de los índices de desigualdad y pobreza, junto a las ventajas y desventajas que encierra la utilización cada uno de ellos según el caso empírico en que nos encontremos.

Al margen de este *error muestral* directamente relacionado con la imposibilidad de acceder a la totalidad de la población, la utilización de muestras encierra otras fuentes de distorsión asociadas a lo que se conoce como el *error de diseño* de la muestra. El riesgo fundamental de todo procedimiento de muestreo es obtener una muestra que no sea representativa de la población. Entre las causas más frecuentes podemos destacar la presencia de *sesgo de selección* y la ausencia de mecanismos adecuados para corregir el *sesgo por no-respuesta*. El primero se produce cuando algunos miembros de la población tienen una probabilidad más alta de estar representados en la muestra que otros. Se trata de un riesgo que evidentemente no se soluciona con aumentar el tamaño de la muestra, por lo que podría estar presente incluso en muestras grandes. Este problema puede además verse agravado si en el diseño muestral no se corrige el sesgo introducido por la no-respuesta de los hogares entrevistados. La negativa de algunos hogares a colaborar con la encuesta puede provocar dos tipos de problemas. Por un lado, si su tamaño es muy elevado puede dificultar incluso que se alcance el tamaño muestral inicialmente proyectado. Por otro lado, y esto es mucho más grave, si la negativa a colaborar en la encuesta no se distribuye aleatoriamente en la población sino que va asociada a alguna característica de los hogares, se producirá un sesgo en la composición final de la muestra que dejará subrepresentados a los estratos poblacionales más reacios a participar en este tipo de encuestas.

La mayor o menor fiabilidad de los resultados que obtengamos dependerá en buena medida del orden de magnitud de estos errores en las fuentes de datos elegidas para abordar el estudio. En el caso de las EPFs españolas, por ejemplo, su complicado diseño muestral se explica en su afán de atender a la existencia de subpoblaciones heterogéneas, de forma que la muestra respete en la medida de lo posible la importancia relativa de cada una de ellas. Como ya mencionamos anteriormente estas encuestas se basan en un muestreo estratificado en dos etapas asociado a un doble criterio: el geográfico (representado por la provincia y el tamaño del

municipio de residencia del hogar) y la categoría socioeconómica del sustentador principal, en la medida en la que esto fuese posible. De esta forma a cada hogar de la muestra se le asigna un número, denominado *factor de elevación*, que nos refleja su capacidad representativa en la población.⁴⁶ La suma de todos los factores de elevación coincide con el número total de hogares en la población, de forma que podemos replicar su estructura geográfica a partir de la información muestral.⁴⁷ En cuanto a la falta de respuesta total o parcial en las EPFs españolas,⁴⁸ no conocemos estudios realizados por el INE que cuantifiquen su importancia, aunque siguiendo a Sanz (1996) parece que han sido de mucha mayor importancia en las grandes ciudades y en las rentas no salariales, con el sesgo que esto introduce. El diseño de las EPFs permite *corregir* la falta de respuesta total mediante la sustitución del hogar no colaborador por otro perteneciente a su mismo estrato, elegido aleatoriamente como reserva. En el caso de la no respuesta parcial la solución adoptada por el INE es la de realizar *imputaciones* que permitan completar la información proporcionada por el hogar. Como concluye Sanz (1996) a partir de su detallada comparación de la EPF de 1990-91 y la Contabilidad Nacional: "*Es evidente que si las sustituciones y las imputaciones son poco numerosas, los errores que se introducen en las estimaciones de las variables pueden ser de un orden de magnitud aceptable para los objetivos de los estudios que se elaboran a partir de los datos proporcionados para la EPF. Sin embargo, cuando la situación que se presenta es la contraria, puede ocurrir que estas perturbaciones estén alterando las conclusiones de nuestras investigaciones. Además, hay que ser conscientes de que los procedimientos de imputación normalmente utilizados por las oficinas de estadística disminuyen la varianza de las estimaciones, dándose la paradoja de que la varianza será tanto menor cuanto mayor sea el número de imputaciones realizadas*" (pág. 53).⁴⁹

⁴⁶ En INE (1996) se presenta una interesante exposición de los problemas asociados a la existencia de los factores de elevación y de los procedimientos estadísticos más aconsejables para trabajar con esta información. Así se recomienda la utilización de métodos que incorporen el diseño muestral, ya que la aplicación de técnicas estadísticas desarrolladas para muestras aleatorias simples puede ser en sí misma una fuente adicional de error.

⁴⁷ Otra cuestión sería saber si con esos pesos eminentemente geográficos podemos replicar con precisión subgrupos existentes en la población que atienden a criterios diferentes como el nivel educativo, la edad, la composición familiar, etc.

⁴⁸ Existe falta de respuesta total cuando el hogar se niega a cumplimentar los cuestionarios. La falta de respuesta parcial hace referencia a la obtención de información incompleta, ya sea de alguna fuente de renta o relacionada con alguno de los miembros del hogar. Generalmente también se incluye en estos apartados aquella información que, aun siendo proporcionada por el hogar, no cumple los controles de coherencia mínimos diseñados en la encuesta. La mayor o menor rigurosidad de estos controles internos es otro aspecto fundamental a la hora de valorar la calidad de la fuente de información que vamos a utilizar.

⁴⁹ Con las enormes consecuencias que esto tendría en un estudio de desigualdad, donde el objetivo final es precisamente proporcionar una estimación de la dispersión de la renta.

La forma en la que se enfrentan a estos problemas las fuentes de información disponibles será determinante a la hora de valorar los resultados obtenidos. Todo ello sin perjuicio de la responsabilidad del investigador a la hora de adoptar los procedimientos estadísticos más adecuados para minimizar las fuentes de error. Así, es conocido que tanto los índices de pobreza como los de desigualdad pueden ser muy sensibles a determinadas formas de contaminación de los datos, como por ejemplo las rentas muy extremas. En estos casos parece sensato implementar o bien un proceso de selección muestral que discrecionalmente intente identificar observaciones anómalas o bien utilizar instrumentos de medida robustos a la presencia de datos contaminados.